SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM | **ALKALMAZOTT MECHANIKA TANSZÉK**

MECHANIKA - REZGÉSTAN	**Elméleti kérdések és válaszok egyetemi alapképzésben (BSc képzésben) résztvevő mérnökhallgatók számára**

(1) Adja meg az anyagi pont definícióját!

1. definíció: Olyan test, amelynek méretei elhanyagolhatóak a mozgás leírása szempontjából.

2. definíció: Olyan test, amelynek mozgása (helyzete) egyetlen pontjának mozgásával (helyzetével) egyértelműen megadható.

(2) Adja meg a merev test definícióját!

Olyan test, amelyben bármely két pont távolsága állandó (a pontok távolsága terhelés/erő hatására sem változik meg).

(3) Adja meg a szilárd test definícióját!

Olyan test, amely alakváltozásra képes (a szilárd test pontjainak távolsága terhelés/erő hatására megváltozhat).

(4) Adja meg a kontinuum definícióját!

Olyan szilárd test, amelynek tömegeloszlása és mechanikai viselkedése folytonos függvényekkel leírható.

(5) Adja meg a rúd definícióját!

Olyan test, amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő. (A Statikában merev, a Szilárdságtanban szilárd rudakat vizsgáltunk.)

(6) Adja meg a rezgőmozgás definícióját!

Rezgőmozgásnál a vizsgált tömegpont/test valamely egyensúlyi (nyugalmi) helyzet közelében fellépő, szabályosan, ellentétes irányokban bekövetkező kitérésekkel mozog.

(7) Adja meg a kitérés definícióját!

Az egyensúlyi (nyugalmi) helyzettől mért, a t időtől függő, $y = y(t)$ előjeles skaláris koordináta). A kitérés lehet elmozdulás, vagy szögelfordulás is.

(8) Definiálja a periodikus rezgést!

A kitérések megadott T időszakonként (időintervallumonként) szabályosan, periodikusan változnak: $y(t) = y(t+T)$.

(9) Definiálja a harmonikus rezgést!

Olyan rezgés, amelynél a kitérések $y = y(t)$ időbeni lefolyása *sin,* vagy *cos* függvényekkel, vagy ezek kombinációival írható le. Pl. $y(t) = A\sin\omega t$, $y(t) = A\cos\omega t$; $y(t) = A\sin(\omega t+\varepsilon)$, vagy $y(t) = A\cos(\omega t+\varepsilon)$.

(10) Definiálja a rezgésidőt (periódus időt) és adja meg az SI mértékegységét!

A rezgésidő a kitérések ismétlődési ideje. Jele *T*, SI mértékegysége szekundum: [s].

(11) Definiálja a frekvenciát és adja meg az SI mértékegységét!

A frekvencia a periodikus mozgás időegység alatti ismétlődésének száma. Jele ν, SI mértékegysége $\left[\frac{1}{\mathrm{s}}\right]=[\mathrm{Hz}]$.

(12) Definiálja a körfrekvenciát és adja meg az SI mértékegységét!

A körfrekvencia a frekvencia 2π -szerese: $\omega=2\pi\nu$, SI mértékegysége $\left[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right]$.

(13) Adja meg az általános koordináta definícióját!

Az általános koordináták azok a skaláris paraméterek (koordináták), amelyek a rendszer mozgását (helyzetét) egyértelműen meghatározzák az idő függvényében. Az általános koordináta elmozdulás, vagy szögelfordulás is lehet. Jele: $q=q(t)$.

(14) Definiálja az általános koordinátasebességet és általános koordinátagyorsulást!

Általános koordinátasebesség az általános koordináta idő szerinti első deriváltja: $\dot{q}=\dot{q}(t)=\frac{dq}{dt}$.

Általános koordinátagyorsulás az általános koordináta idő szerinti második deriváltja: $\ddot{q}=\ddot{q}(t)=\frac{d\dot{q}}{dt}$.

(15) Definiálja a szabadságfokot!

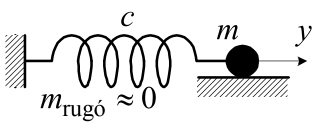
Azoknak az egymástól független általános koordinátáknak a száma, amelyek a rendszer mozgását (helyzetét) egyértelműen meghatározzák.

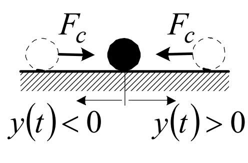
(16) Adja meg az F_c visszatérítő erő értelmezését és tulajdonságait! Készítsen magyarázó ábrát!

A visszatérítő erő értelmezése: $F_c=-\frac{1}{c}y$, ahol c a rugóállandó (arányossági tényező).

Tulajdonságai:

- Az F_c visszatérítő erő mindig az egyensúlyi helyzet felé mutat.
- A visszatérítő erő iránya ellentétes a kitéréssel.
- A visszatérítő erő nagysága arányos a kitéréssel.





(17) Definiálja a kis rezgés fogalmát!

- A rezgések amplitúdója a vizsgált szerkezet méreteihez képest kicsi,
- A rezgés amplitúdója a rugó karakterisztika lineáris szakaszán belül marad,
- A rezgés során fellépő szögelfordulások és az elmozdulások között lineáris kapcsolat áll fenn.

(18) Definiálja az U rugópotenciált!

$U=-W_c=-\frac{1}{2}F_c y=\frac{y^2}{2c}$, ahol - W_c a visszatérítő erő munkája,

- F_c a visszatérítő erő,
- y a kitérés,
- c a rugóállandó.

(19) Hogyan származtatható az F_c visszatérítő erő az U rugópotenciálból?

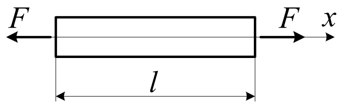
A visszatérítő erő a rugópotenciálból negatív gradiens képzéssel származtatható:

$$F_c = -\frac{dU}{dy} = -\frac{d}{dy}\left(\frac{y^2}{2c}\right) = -\frac{y}{c}.$$

(20) Fogalmazza meg az egy szabadságfokú rendszerhez tartozó rugalmas elemekre vonatkozó tételt!

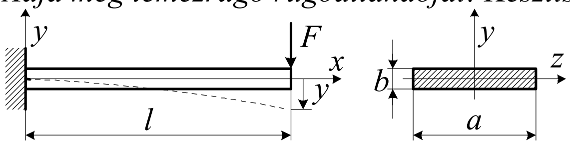
Az egy anyagi ponthoz, egy merev testhez kapcsolódó rugalmas elemek mindig modellezhetők (helyettesíthetők) egyetlen rugóval.

(21) Adja meg a húzott-nyomott (longitudinális) rugó rugóállandóját! Készítsen magyarázó ábrát!



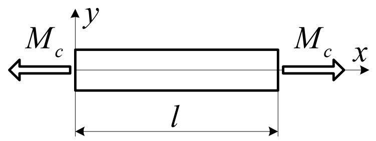
$$\lambda = l\varepsilon_x = l\frac{\sigma_x}{E} = \frac{l}{AE}F \qquad \Rightarrow \qquad c = \frac{l}{AE}$$

(22) Adja meg lemezrugó rugóállandóját! Készítsen magyarázó ábrát!



$$y = \frac{l^3}{3I_zE}F \qquad \Rightarrow \qquad c = \frac{l^3}{3I_zE}, \text{ ahol } I_z = \frac{ab^3}{12}.$$

(23) Adja meg csavarásra igénybevett rugó (tengely, csőtengely) torziós rugóállandóját! Készítsen magyarázó ábrát!



$$\psi = \vartheta l = \frac{M_c}{I_pG}l = \frac{l}{I_pG}M_c \qquad \Rightarrow \qquad \text{a torziós rugóállandó: } \gamma = \frac{l}{I_pG}.$$

Kör keresztmetszetre: $I_p = \dfrac{D^4\pi}{32}$, körgyűrű keresztmetszet esetén: $I_p = \dfrac{(D^4 - d^4)\pi}{32}$.

(24) Definiálja a folyadékfék típusú csillapító erőt és adja meg a csillapítóerő legfontosabb tulajdonságát!

$F_k = -k\,v_d = -k\,\dot{y}$,

ahol k csillapítási tényező v_d a dugattyú relatív sebessége a hengerhez képest

Tulajdonság: A csillapító erő teljesítménye mindig negatív.

(25)Hogyan írható fel általánosan a gerjesztő erő / gerjesztő nyomaték harmonikus gerjesztés esetén?

$F_g = F_{g0}\sin(\omega t + \varepsilon)$, vagy $F_g = F_{g0}\cos(\omega t + \varepsilon)$,

$M_g = M_{g0}\sin(\omega t + \varepsilon)$, vagy $M_g = M_{g0}\cos(\omega t + \varepsilon)$, ahol

F_{g0}, M_{g0} a gerjesztő erő/nyomaték amplitúdója,

ω a gerjesztés körfrekvenciája, mértékegység: $[\mathrm{rad/s}]$.

ε a gerjesztés fázisszöge.

(26) Írja fel a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenletet és adja meg az egyenletben szereplő mennyiségek jelentését!

A mozgásegyenlet: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial E}{\partial q}=Q$, ahol

t az idő, d a differenciálás jele, ∂ a parciális differenciálás jele,
E a kinetikai energia, $\dot{q}$ az általános koordináta sebesség, q az általános koordináta, Q az általános erő: egységnyi koordináta sebességhez tartozó teljesítmény.

(27) Adja meg az általános erő kiszámításának módját merev test esetén!

$Q=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\cdot\vec{\beta}_i+\sum_{j=1}^{m}\vec{M}_j\cdot\vec{b}$, ahol

n – az erőrendszerhez tartozó koncentrált erők száma,
m – az erőrendszerhez tartozó koncentrált nyomatékok száma,

$\vec{\beta}_i=\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial \dot{q}}$ - az $\vec{F}_i$ erő támadáspontjának az egységnyi koordináta sebességhez tartozó sebessége,

$\vec{b}=\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial \dot{q}}$ - a merev testnek az egységnyi koordináta sebességhez tartozó szögsebessége.

(28) Adja meg a Q_c általános visszatérítő erő meghatározásának módját!

$Q_c=-\frac{dU}{dq}=-\frac{1}{c_r}q$, ahol

U a rugópotenciál, q az általános koordináta és c_r a q általános koordináta választáshoz tartozó redukált rugóállandó.

(29) Adja meg a Q_k általános csillapító erő meghatározásának módját!

$Q_k=\vec{F}_k\cdot\vec{\beta}_k$, ahol $\vec{F}_k$ a csillapító erő, $\vec{\beta}_k=\frac{\partial \vec{v}_k}{\partial \dot{q}}$, és $\vec{v}_k$ a csillapító erő támadáspontjának sebessége.

(30) Adja meg a Q_g általános gerjesztő erő meghatározásának módját!

$Q_g=\vec{F}_g\vec{\beta}_g+\vec{M}_g\vec{b}_g$, ahol

$\vec{F}_g$ a gerjesztő erő és $\vec{M}_g$ a gerjesztő nyomaték,

$\vec{\beta}_g=\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \dot{q}}$, és $\vec{v}_g$ a gerjesztő erő támadáspontjának sebessége,

$\vec{b}_g=\frac{\partial \vec{\omega}_g}{\partial \dot{q}}$, és $\vec{\omega}_g$ annak a testnek a szögsebessége, amelyre a gerjesztő nyomaték hat.

(31) Ismertesse rezgőrendszerek osztályozását!

1. Szabad rezgőrendszerek (szabad rezgések) $Q_g=0$.
   a) Szabad, csillapítatlan rezgőrendszerek

(szabad, csillapítatlan rezgések) $Q_g = 0$ és $Q_k = 0$.

b) Szabad, csillapított rezgőrendszerek
(szabad, csillapított rezgések) $Q_g = 0$ és $Q_k \neq 0$.

2. Gerjesztett rezgőrendszerek (gerjesztett rezgések) $Q_g \neq 0$.

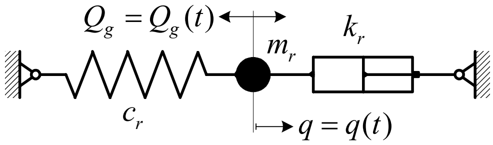
a) Gerjesztett, csillapítatlan rezgőrendszerek
(gerjesztett, csillapítatlan rezgések) $Q_g \neq 0$ és $Q_k = 0$.

b) Gerjesztett, csillapított rezgőrendszerek
(gerjesztett, csillapított rezgések) $Q_g \neq 0$ és $Q_k \neq 0$.

(32) Írja le az útgerjesztés értelmezését!

Útgerjesztésről akkor beszélünk, ha a gerjesztés nem erővel/nyomatékkal történik, hanem a rezgőrendszer adott pontját (pontjait) előírt módon, időben periodikusan mozgatjuk, vagy a rezgőrendszer adott merev testét (testeit) előírt módon, időben periodikusan forgatjuk.

(33) Rajzolja le egy szabadságfokú rezgőrendszer redukált mechanikai modelljét és ismertesse az ábrán látható mennyiségek jelentését!



m_r a rezgőrendszer redukált tömege,

c_r a rezgőrendszer redukált rugóállandója,

k_r a rezgőrendszer redukált csillapítási tényezője,

q a rezgőrendszer mozgását leíró általános koordináta,

$Q_g(t) = Q_{g0} \sin(\omega t + \varepsilon)$ az általános gerjesztő erő.

(34) Adja meg a komplex változóra vonatkozó mozgásegyenletet, valamint a komplex változó és az általános koordináta kapcsolatát egy szabadságfokú rezgőrendszer esetében!

$m_r \ddot{z} + k_r \dot{z} + \dfrac{1}{c_r} z = P_g$, ahol

$z = x + iq$, $P_g = P_{g0} e^{i\omega t}$ az általános komplex gerjesztő erő és ω a gerjesztés körfrekvenciája.

(35) Adja meg egy szabadságfokú rezgőrendszer mozgásegyenletének homogén megoldását komplex alakban és írja le a megoldásban szereplő mennyiségek jelentését!

$z_h(t) = (a + ib)\, e^{-\beta t} e^{i\nu t}$, ahol

a és b a $q_h(t)$-re megadott kezdeti feltételből számítható álladók,

$\beta = \dfrac{k_r}{2m_r}$ a rendszer csillapítását jellemző mennyiség,

$\nu = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$ a csillapított, szabad rendszer saját körfrekvenciája és

$\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{m_r c_r}}$ a csillapítatlan, szabad rendszer saját körfrekvenciája.

(36) Adja meg egy szabadságfokú rezgőrendszer mozgásegyenletének partikuláris megoldását komplex alakban és írja le a megoldásban szereplő mennyiségek jelentését!

$z_p(t) = \frac{P_0}{i\omega Z} e^{i\omega t}$, ahol

$P_0 = Q_{g0} e^{i\varepsilon}$ a gerjesztő erő komplex amplitúdója,

ω a gerjesztés körfrekvenciája,

$Z = k_r + i\left(\omega m_r - \frac{1}{\omega c_r}\right)$ a rezgőrendszer komplex ellenállása.

(37) Írja fel csillapítatlan, szabad rendszer mozgásegyenletének megoldását és kezdeti feltételekből határozza meg a megoldásban szereplő állandókat!

A mozgásegyenlet általános megoldása: $z(t) = Ae^{i\lambda t} = (a+ib)e^{i\alpha t}$.

Az általános megoldásban szereplő állandók meghatározása:

$z(t) = (a+ib)e^{i\alpha t}$, $\dot{z}(t) = i\alpha(a+ib)e^{i\alpha t} = i\alpha z(t)$.

Kezdeti feltételek:

$$q(t=0) = q_0 = y_0 = \operatorname{Im}\left[z(t=0)\right] = b \quad \Rightarrow \quad b = y_0,$$

$$\dot{q}(t=0) = \dot{q}_0 = v_0 = \operatorname{Im}\left[\dot{z}(t=0)\right] = \alpha a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_0}{\alpha}.$$

(38) Írja fel csillapítatott, szabad rendszer mozgásegyenletének megoldását és kezdeti feltételekből határozza meg a megoldásban szereplő állandókat ha ν valós mennyiség!

Ha ν valós mennyiség, akkor rezgések alakulnak ki:

$$z(t) = Ae^{(-\beta+i\nu)t} = A\,e^{-\beta t}e^{i\nu t} = \underbrace{(a+ib)\;e^{-\beta t}}_{\substack{\text{komplex}\\ \text{amplitúdó}}} \cdot \underbrace{e^{i\nu t}}_{\substack{\nu\text{ szögsebességgel}\\ \text{forgó egységvektor}}}.$$

A komplex sebességvektor: $\dot{z}(t) = (a+ib)(-\beta+i\nu)e^{(-\beta+i\nu)t}$.

Kezdeti feltételek:

$$q(t=0) = q_0 = y_0 = \operatorname{Im}\left[z(t=0)\right] = b \quad \Rightarrow \quad b = y_0,$$

$$\dot{q}(t=0) = \dot{q}_0 = v_0 = \operatorname{Im}\left[\dot{z}(t=0)\right] = -b\beta + a\nu \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_0}{\nu} + q_0\frac{\beta}{\nu}.$$

(39) Adja meg a logaritmikus dekrementum értelmezését, fizikai tartalmát és az értelmezésben szereplő mennyiségek jelentését!

Értelmezés: $\Lambda = \ln\frac{q_1}{q_2} == \ln\left(e^{2\pi\frac{\beta}{\nu}}\right) = 2\pi\frac{\beta}{\nu}$, ahol

q_1, q_2 két, egymást követő legnagyobb kitérés,

$\beta = \frac{k_r}{2m_r}$ a rendszer csillapítását jellemző mennyiség,

$\nu = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$ a csillapított, szabad rendszer saját körfrekvenciája és

$\alpha = \frac{1}{\sqrt{m_r c_r}}$ a csillapítatlan, szabad rendszer saját körfrekvenciája.

Fizikai tartalom: a rezgőrendszer csillapítására jellemző mennyiség.

(40) Definiálja gerjesztett rezgőrendszer állandósult rezgéseit, írja fel az állandósult rezgésekre vonatkozó megoldást és adja meg a benne szereplő mennyiségek jelentését!

Állandósult rezgés: a rezgőmozgásnak az a része, ami a szabad rezgések lecsengése (elhalása) után megmarad.

A gerjesztett, csillapított rezgőrendszer differenciál egyenletének általános megoldása:

$$z(t) = z_h(t) + z_p(t) = \underbrace{Ae^{-\beta t}e^{i\nu t}}_{\text{időben lecsengő rezgési rész}} + \underbrace{\frac{P_0}{i\omega Z}e^{i\omega t}}_{\text{állandósult rezgési rész}}, \text{ ahol}$$

$P_0 = Q_{g0}e^{i\varepsilon}$ a gerjesztő erő komplex amplitúdója,

ω a gerjesztés körfrekvenciája,

$Z = k_r + i\left(\omega m_r - \dfrac{1}{\omega c_r}\right)$ a rezgőrendszer komplex ellenállása.

(41) Adja meg a rezgés kialakulásának feltételét szabad, csillapított rezgőrendszer esetében!

Ha $\alpha > \beta$, akkor kialakul rezgés.

Ha $\alpha = \beta$, akkor aperiodikus rezgés alakulhat ki (egyetlen előjelváltás lehetséges).

Ha $\alpha > \beta$, nem alakul ki rezgés.

(42) Írja fel egy szabadságfokú rezgőrendszer rezonancia görbeseregének egyenletét, adja meg az összefüggésben szereplő mennyiségek jelentését és vázolja a rezonancia görbesereget!

A rezonancia görbe (rezonancia függvény): $\dfrac{q_{\max}}{q_{st}} = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\xi^2)^2 + 4\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}\xi^2}}$, ahol

$q_{\max}$ a maximális kitérés,

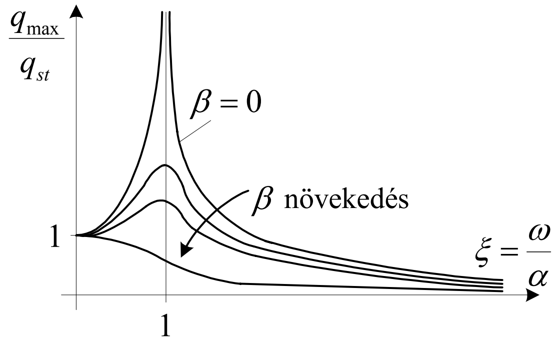
$q_{st} = c_r Q_{g0}$ az általános gerjesztő erő Q_{g0} amplitúdójának hatására bekövetkező kitérés,

$\xi = \dfrac{\omega}{\alpha}$ új változó,

ω - a gerjesztés körfrekvenciája,

α - a csillapítatlan, szabad rendszer körfrekvenciája,

$\beta = \dfrac{k_r}{2m_r}$ a rendszer csillapítását jellemző mennyiség.



(43) Miért veszélyes a rezonancia jelensége és hogyan kerülhető el?

A csillapítatlan ($\beta = 0$) esetben $\xi = 1$-nél, azaz az $\omega = \alpha$-nál végtelen nagy elmozdulások lépnek fel $\Rightarrow$ a rezgőrendszer (a szerkezet) tönkremegy!

A valóságos szerkezetekben mindig van kisebb, vagy nagyobb mértékű csillapítás, ezért végtelen nagy kitérések nem fognak fellépni. Viszont felléphetnek olyan nagy kitérések, amelyek a rendszer tönkremeneteléhez vezetnek.

A rezonancia jelenség a rezgőrendszer elhangolásával kerülhető el:

- Megváltoztatjuk a gerjesztés ω körfrekvenciáját.
- Megváltoztatjuk a rezgőrendszer $\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{m_r c_r}}$ sajátfrekvenciáját.

(44) Mit szemléltet a vektorábra?

A vektorábra a *t=0* időpillanatban az állandósult rezgést jellemző komplex mennyiségeket szemlélteti:

- a komplex gerjesztő erő $P_0 = Q_{g0} e^{i\varepsilon}$ komplex amplitúdóját,
- a rezgőrendszer $Z = k_r + i\left(\omega m_r - \dfrac{1}{\omega c_r}\right)$ komplex ellenállását,
- a z_g komplex kitérést,
- a $\dot{z}_g$ komplex sebességet és
- a $\ddot{z}_g$ komplex gyorsulást.

(45) Mit határoz meg a fáziskésés szöge és hogyan lehet kiszámítani?

A komplex kitérés φ szöget késik a komplex gerjesztő erőhöz képest.

Kiszámítása: $\varphi = \dfrac{\pi}{2} + \psi$, ahol $tg\,\psi = \dfrac{\omega m_r - \dfrac{1}{\omega c_r}}{k_r}$

(46) Hogyan változik az időben a komplex gerjesztő erő, a komplex kitérés, a komplex sebesség és a komplex gyorsulás.

A komplex gerjesztő erő, a komplex kitérés, a komplex sebesség és a komplex gyorsulás egymáshoz mereven rögzítve, az óramutató járásával ellentétesen forog ω szögsebességgel.

(47) Hogyan határozható meg állandósult rezgés esetén a maximális kitérés és a maximális sebesség?

A maximális kitérés: $q_{g\max} = \dfrac{|P_0|}{\omega |Z|} = \dfrac{Q_{g0}}{\omega \sqrt{k_r^2 + \left(\omega m_r - \dfrac{1}{\omega c_r}\right)^2}}$,

A maximális sebesség: $v_{g\max} = \dot{q}_{g\max} = \omega q_{g\max}$.

(48) Hogyan határozható meg állandósult rezgés esetén a maximális gyorsulás, a rugóban fellépő maximális erő és a csillapításban fellépő maximális erő?

A maximális gyorsulás: $a_{g\max} = \ddot{q}_{g\max} = \omega^2 q_{g\max}$.

A rugóban fellépő maximális erő: $F_{c\max} = \dfrac{q_{g\max}}{c_r}$.

A csillapításban fellépő maximális erő: $F_{k\max} = k_r \dot{q}_{g\max} = k_r \omega q_{g\max}$.

(49) Adja meg a több szabadságfokú diszkrét rezgőrendszer definícióját!

A diszkrét rezgőrendszer merev testekből, tömegpontokból és az ezeket összekapcsoló rugókból álló rendszer, amely tartalmazhat csillapító elemeket és gerjesztéseket is.

(50) Írja fel a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenlet-rendszernek azt az alakját, amely több szabadságfokú rezgőrendszerekre alkalmazható!

A mozgásegyenlet-rendszer: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E}{\partial \dot{q}_i}\right) - \dfrac{\partial E}{\partial q_i} = Q_i$, *(i=1, 2, ..., n)*, ahol

t az idő, *d* a differenciálás jele,
∂ a parciális differenciálás jele,
n a rezgőrendszer szabadságfoka,
E a rendszer kinetikai energiája,
$\dot{q}_i$ az *i*-edik általános koordináta sebesség,
q_i az *i*-edik általános koordináta,
Q_i a q_i általános koordinátához tartozó általános erő.

(51) Adja meg a longitudinális rezgőrendszer definícióját!

A rezgőrendszer tömegei egy egyenes mentén hosszirányú rezgéseket végeznek.

(52) Írja fel mátrix alakban longitudinális rezgőrendszerek mozgásegyenletét és adja meg az egyenletben szereplő mennyiségek jelentését!

$\underline{\underline{M}}\,\underline{\ddot{q}} + \underline{\underline{K}}\,\underline{q} = \underline{f}(t)$, ahol

$\underline{\underline{M}}$ a rendszer tömegmátrixa,

$\underline{\underline{K}}$ a rendszer rugó (merevségi) mátrixa,

$\left[\underline{q}\right]^T = \left[q_1\ q_2\ \dots\ q_n\right]$ a rendszer mozgását leíró ált. koordinátákat tartalmazó oszlopmátrix,

$\underline{f}(t)$ a gerjesztéseket tartalmazó oszlopmátrix.

(53) Hogyan modellezzük tengelyek hajlító rezgéseit?

Modellezés:
- a tengelyek tömegét elhanyagoljuk a fogaskereket tömegéhez képest,
- a tengelyeket rugalmas elemként kezeljük,
- a fogaskerekeket tömegpontokkal, vagy merev tárcsákkal modellezzük.

(54) Írja fel mátrix alakban tengelyek szabad hajlító rezgéseinek mozgásegyenletét és adja meg az egyenletben szereplő mennyiségek jelentését!

$\underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{M}}\,\underline{\ddot{q}} + \underline{\underline{E}}\,\underline{q} = \underline{0}$, ahol

$\underline{\underline{D}}$ a tengely *Maxwell*-féle hatásmátrixa,

$\underline{\underline{M}}$ a rendszer tömegmátrixa,

$\underline{\underline{E}}$ az egység mátrix,

$\left[\underline{\underline{q}}\right]^T = [q_1\ q_2 \ldots q_n]$ a rendszer mozgását leíró ált. koordinátákat tartalmazó oszlopmátrix.

(55) Alakítsa át tengelyek hajlító rezgéseinek mátrix mozgásegyenletét a longitudinális rezgőrendszereknél kapott alakra!

Kiindulás: $\underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{M}}\,\underline{\underline{\ddot{q}}} + \underline{\underline{E}}\,\underline{\underline{q}} = \underline{\underline{0}}$.

Átalakítás: $\underbrace{\underline{\underline{D}}^{-1}\,\underline{\underline{D}}}_{\underline{\underline{E}}}\,\underline{\underline{M}}\,\underline{\underline{\ddot{q}}} + \underbrace{\underline{\underline{D}}^{-1}\,\underline{\underline{E}}}_{\underline{\underline{D}}^{-1} \equiv \underline{\underline{K}}}\;\underline{\underline{q}} = \underline{\underline{0}}, \qquad \Rightarrow \qquad \underline{\underline{M}}\,\underline{\underline{\ddot{q}}} + \underline{\underline{K}}\,\underline{\underline{q}} = \underline{\underline{0}}$.

(56) Írja fel n szabadságfokú diszkrét rezgőrendszer karakterisztikus egyenletét! Mire használható a karakterisztikus egyenlet?

Karakterisztikus egyenlet: $\det\left|\underline{\underline{K}} - \alpha^2 M\right| = 0$.

A karakterisztikus egyenlet a rezgőrendszer α_i^2, *(i=1, 2, ... n)* sajátfrekvenciáira nézve n-ed fokú algebrai egyenlet.
A karakterisztikus egyenletből a rezgőrendszer sajátfrekvenciái határozhatók meg.

(57) Írja fel a Dunkerley formulát és adja meg a benne szereplő betűk jelentését! Milyen rezgőrendszerekre érvényes a formula?

$$\alpha_{\min}^2 \approx \frac{1}{c_{01}m_1 + (c_{01} + c_{12})m_2 + \ \ldots\ + (c_{01} + c_{12} + \ \ldots\ + c_{n-1\,n})m_n},$$ ahol

m_1, m_2, m_n az n szabadságfokú kötött longitudinális rezgőrendszer tömegei,

c_{01}, c_{12}, $c_{n-1\,n}$ a tömegek között levő rugók rugóállandói.

A formula kötött longitudinális rezgőrendszerekre érvényes.

(58) Mi számítható ki a Dunkerley formulával?

- A Dunkerley formulával a kötött longitudinális rezgőrendszer legkisebb sajátfrekvenciájának közelítő értéke határozható meg.
- A Dunkerley formula a legkisebb sajátfrekvenciának mindig egy alsó közelítését adja meg.

(59) Adja meg a kontinuum rezgések definícióját!

Kontinuum rezgés: folytonos tömegeloszlású rugalmas testek rezgései.

(60) Hány sajátfrekvenciája van folytonos tömegeloszlású rugalmas testekből álló rezgőrendszereknek?

Kontinuum rendszereknek ∞ sok saját körfrekvenciája van.