

MECHANIKA – SZILÁRDSÁGTAN

ÚTMUTATÓ

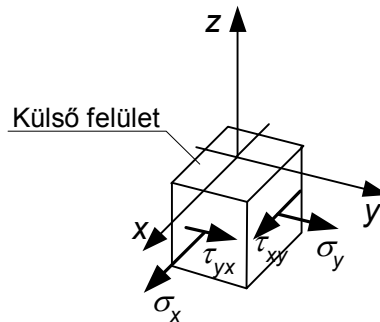
a nyúlásmérési laboratóriumi gyakorlathoz

1. Alapismeretek a nyúlásméréshez

Szilárdságtani tanulmányaink során a különböző igénybevételnek kitett szerkezeti elemek valamely keresztmetszetében ébredő σ ill. τ feszültségeket határoztuk meg számítással. A laboratóriumi gyakorlaton e feszültségek meghatározásának egyik leggyakoribb mérési módjával az ún. nyúlásmérő bélyeges mérési technikával ismerkedünk meg. Ezt a mérési technikát a termékek műszaki fejlesztésével foglalkozó cégek gyakran alkalmazzák. A számítógépes méretezési módszerek elterjedésével (Pld: végeelem módszer, peremelem módszer, véges differenciák módszere, stb.) a nyúlásmérési technikát gyakran alkalmazzuk a számítási modellek helyességének ellenőrzésére.

Az igénybevételnek kitett szerkezeteken feszültséget közvetlen módon nem tudunk egyszerűen mérni. A szerkezet külső felületén tudjuk az ún. nyúlásmérő bélyegekkel különböző irányokban a fajlagos nyúlás (ε) értékét mérni, és ebből a *Hooke*-törvény ismeretében a feszültségeket meghatározni.

Amint az előbbiekből kitűnik, ismernünk kell bizonyos szilárdságtani alapfogalmakat a síkbeli feszültségállapothoz kapcsolódóan.



1. ábra Feszültségállapot szemléltetése a felületen lévő elemi kis kockán

Az igénybevételnek kitett szerkezet terheletlen külső felületén feszültség nem ébred. Vágjunk ki képzeletben a szabad felületre merőleges lappal rendelkező tetszőleges irányú kockalapokat, ezeken a lapokon az 1. ábra szerint σ_x , τ_{xy} , illetve σ_y , τ_{yx} feszültségek ébredhetnek. A τ_{xy} és τ_{yx} feszültségekre a dualitás elve érvényes, azaz az x és y normálisú lapok közötti kocka élre nézve a τ_{xy} és τ_{yx} feszültségek vagy összefutnak, vagy szétfutó irányúak.

Ha a két, x és y normálisú lapon a τ_{xy} és τ_{yx} értéke 0, akkor az x ill. y irányok főfeszültségi irányok, a lapok főfeszültségi síkai, és a σ_x , σ_y feszültségek főfeszültségek.

A nyúlásmérésnél mind az x , mind az y irányokban tudjuk mérni a nyúlásokat, és a *Hooke*-törvény ismeretében ebből számítani a feszültségeket.

Mint tudjuk, a feszültségi és az alakváltozási főirányok egybeesnek. Ha ezeket ismerjük, akkor ebben az irányban célszerű a nyúlásokat mérni ε_1 , ε_2 . A főfeszültségi értéket ezekből a nyúlásokból számoljuk a következőképpen (ld. *Hooke*-törvény):

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2), \quad (1)$$

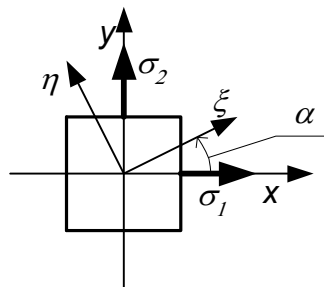
$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad (2)$$

$$\sigma_3 = 0, \quad (3)$$

ahol E a Young-féle rugalmassági modulus, ν a Poisson-féle szám, amely acélra $\nu \approx 0,3$,

A feszültségi tenzor mátrixa a főtengek koordinátarendszerében a külső felületen:

$$\underline{[F]} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$



2. ábra Feszültségi állapot a külső felületen lévő elemi négyzeten az főtengek (xy) koordinátarendszerében

A feszültségi tenzor ismeretében az x tengelyhez képest tetszőleges α szög alatt hajló ξ és η tengelyekhez (irányokhoz) tartozó σ_ξ , σ_η , és $\tau_{\xi\eta}$ feszültségeket (2. ábra) meg tudjuk határozni:

$$\vec{e}_\xi = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha \quad (5)$$

$$\vec{e}_\eta = -\vec{i} \sin \alpha + \vec{j} \cos \alpha \quad (6)$$

$$\sigma_\xi = \vec{e}_\xi \underline{F} \vec{e}_\xi \quad (7)$$

$$\sigma_\eta = \vec{e}_\eta \underline{F} \vec{e}_\eta \quad (8)$$

$$\tau_{\xi\eta} = \tau_{\eta\xi} = \vec{e}_\xi \underline{F} \vec{e}_\eta = \vec{e}_\eta \underline{F} \vec{e}_\xi \quad (9)$$

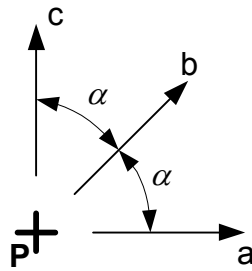
$$\tau_{\xi\eta} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{\xi\eta} \quad (10)$$

Ezek közül az $\alpha=45^\circ$ -os irány adja a maximális $\tau_{\xi\eta}$ feszültséget

$$\tau_{max} = \tau_{\xi\eta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (11)$$

A fentiek alapján, amennyiben ismerjük a felület ε_1 , ε_2 fajlagos nyúlásait, meghatározható a szabad felület P pontjának feszültségállapota, s ez végül is a nyúlásmérés célja.

Ha nem ismerjük, és nem tudjuk meghatározni a főfeszültségi irányokat, akkor három, a , b , c különböző irányban mért nyúlásból tudjuk a P pont kis környezetében a feszültségállapotot meghatározni. A három, a , b , c irány ugyan tetszőleges, de célszerűen a közöttük lévő szöveget a 3. ábra alapján vagy $\alpha=45^\circ$, vagy $\alpha=120^\circ$ értékre választjuk a mért nyúlási irányoknak.

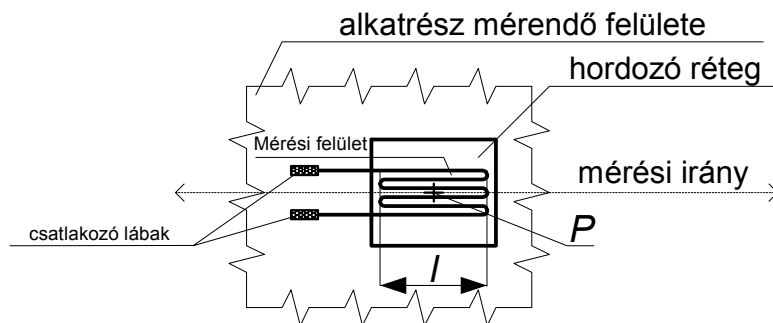


3. ábra A P pont környezetében a mérési irányok egymással bezárt szöge

Fontos körülményként kell megemlíteni azt, hogy csak a fajlagos nyúlások mérhetők. A fajlagos szögtorzulások csak számíthatók a megfelelő irányban mért fajlagos nyúlási értékekből.

2. A nyúlásmérő bélyegek (ellenállások) felépítése, mérési elve

A nyúlásmérő bélyeg “ősi”, eredeti formájában egy villamos szigetelőlapra (hordozó réteg) rögzített elektromos vezető huzal, amelynek felületére a külső behatások kizárására egy védőborítást viszünk fel. A nyúlásmérő bélyeget, az igénybevétel nélküli alkatrész mérendő P pontjára ragasztjuk, illetve annak szabad felületére (4. ábra).



4. ábra A nyúlásmérő bélyeg vázlatja a mérendő felület P pontjára ragasztva

Megfelelően rugalmasnak és erősnek kell lennie a ragasztónak és a hordozó rétegnek ahhoz, hogy a mérendő alkatrész nyúlását át tudja vinni a mérőellenállásra.

Természetesen a mai modern nyúlásmérő bélyegeknél már a nyomtatott áramköri technika megfelelően nem vezető huzalok, hanem az ábra alakját követő vezető fóliák a mérőelemek.

A nyúlásmérő bélyeg villamos ellenállása acélok méréséhez általában $R=120\ \Omega$ nagyságú. A mérési hossz (az ábrán l jelöli) a mérési céltól függően 0,3-100 mm; szokványos gépészeti feladatoknál 1-3-5-7-10 mm értékűek. Fontos megemlíteni, hogy a mérő bélyeg nem egy pontban, a P pontban mér, hanem a P pont környezetében a mérési hosszának megfelelő területen az átlagos nyúlást méri.

Vannak mérési feladatok, melyeknél a P pont környezetében 2 vagy 3 irányban kell nyúlásmérést végezni, ezekhez különleges bélyegeket ún. rozettákat használunk. A kétirányú mérésnél a mérési irányok egymásra merőlegesen, a háromirányú mérésnél egymástól 45 vagy 120 fokra vannak a 3. ábrán vázoltaknak megfelelően.

A laboratóriumi gyakorlaton használt nyúlásmérő bélyegek német vagy amerikai gyártmányúak, bár az utóbbi időben, hazánkban is gyártanak mérő bélyegeket. (Egy teljesen szokványos nyúlásmérő 10.000,-Ft körüli értéken kapható, a speciálisak természetesen drágábbak.)

Feltételezhetjük, hogy jól felragasztott nyúlásmérő bélyeg elektromos vezetőjének fajlagos nyúlása megegyezik, a P pontban, illetve a pont mérési hosszának megfelelő környezetében a mérendő alkatrész felületének átlagolt fajlagos nyúlásával (ε).

A bélyeg villamos vezetőjének ellenállása:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad [\Omega] \quad (12)$$

ahol l a vezető hossza [m]-ben, A a vezető keresztmetszete [mm^2]-ben, ρ a vezető fajlagos ellenállása $\left[\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right]$ mértékegységben.

Ha a bélyeg az alkatrész terhelése közben a mérendő felülettel együtt alakváltozva megnyúlik, akkor a bélyegen lévő vezető hossza megnyúlik átmérője lecsökken, így a mérendő felület fajlagos nyúlása ε és a bélyeg R ellenállása megváltozik. A tapasztalat szerint ez a ΔR ellenállás változás

$$\frac{\Delta R}{R} = k_o \varepsilon, \quad (13)$$

ahol k_o a bélyeg nyúlási tényezője, és k_o értéke 2 és 2,1 között szokott lenni.

Egy példán keresztül vizsgáljuk meg, hogy mekkora ΔR ellenállás-változást kell mérnünk?

Legyen:

$$R = 120 \Omega, \quad k_o = 2, \quad \sigma = 10 [\text{MPa}] = 10 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right], \quad E = 2 \cdot 10^5 [\text{MPa}]. \text{ Akkor}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{10}{2 \cdot 10^5} = 5 \cdot 10^{-5}, \text{ és } \frac{\Delta R}{R} = k_o \varepsilon = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 10^{-4} = 0,01\%, \text{ illetve}$$

$$\Delta R = R k_o \varepsilon = 120 \cdot 10^{-4} = 0,012 \Omega.$$

Tehát $\sigma = 10$ MPa feszültségnél $\frac{\Delta R}{R} = 0,01\%$ fajlagos villamos ellenállás-változást kell mérnünk. Ilyen kis ellenállás-változásnak a pontos és megbízható mérésére, az erre a célra épített mérőműszer, az ún. mérőerősítő alkalmas.

3. Műszerek, mérés technikai kérdések.

A fenti példán bemutatott kis ellenállás változás méréséhez az alkatrész felületére ragasztott mérőbélyeget (R_M a mérőbélyeg), a bélyeg csatlakozó lábaihoz forrasztott villamosvezetékekkel csatlakoztatva a mérőműszerbe épített három másik ellenállással ún. *Wheatston*-híd kapcsolásba kötjük össze (4. ábra).

$R_1; R_2$ – célszerűen 120Ω -as ellenállás

R_V – változtatható ellenállás, amelynél $R_{\text{közepes}} = 120 \Omega$

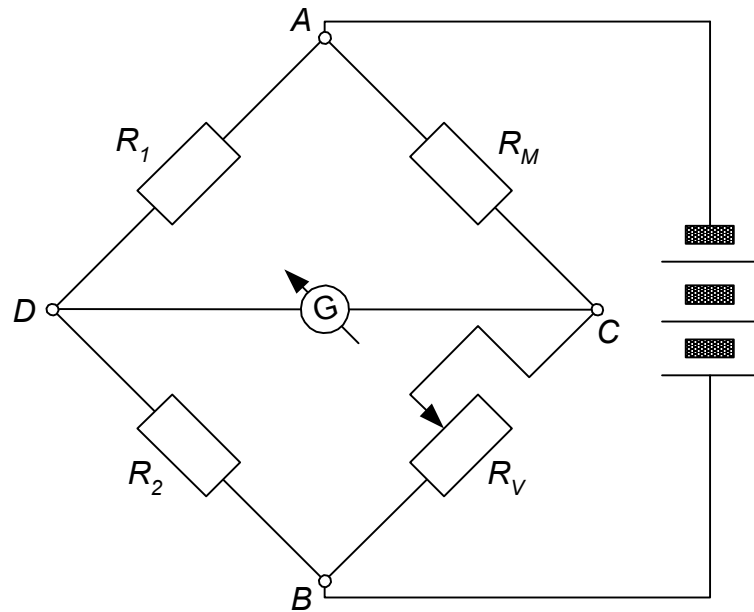
A *Wheatston*-híd A, B kapcsaira egyenáramú áramforrást, a $C D$ kapcsok közé egy galvanométert (árammérő) kötünk. A mérendő alkatrész terheletlen. Az R_V változtatható ellenállást addig változtatjuk, amíg a galvanométer az átfolyó áramra nulla értéket nem mutat, vagyis $I_G = 0$ értéket nem jelez a mutatója. Ilyenkor a híd szemben lévő ágaiban lévő ellenállások szorzata egyenlő:

$$R_M \cdot R_2 = R_1 \cdot R_V \quad (14)$$

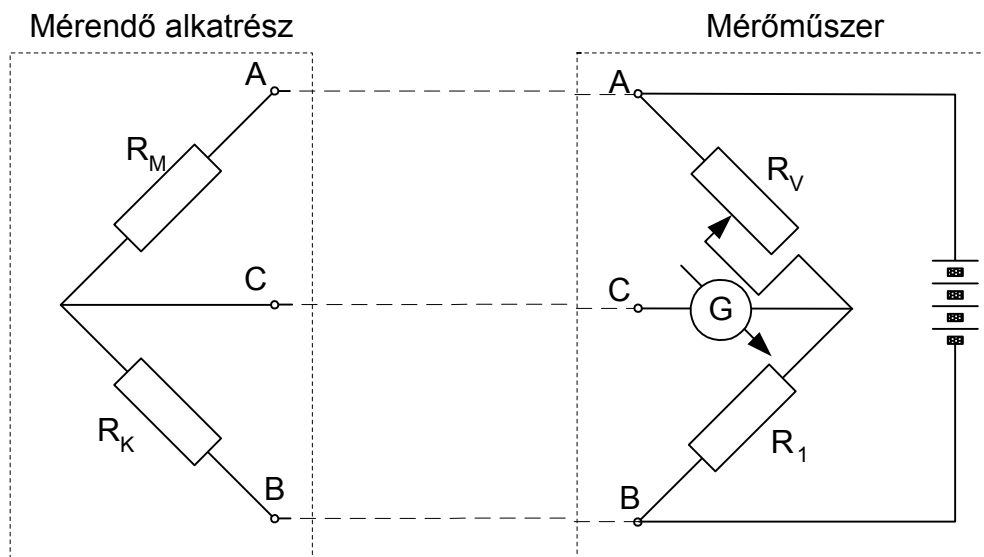
Ha a mérendő alkatrészt megterheljük, akkor az R_M nyúlásmérő bélyeg ε értékkel megnyúlik, a híd elhangolódik, és a galvanométeren áram folyik. Ekkor az R_V ellenállást ismét addig változtathatjuk, míg az $I_G = 0$ értékűvé nem válik. A hangolási értéket mindkét esetben

egy skáláról tudjuk leolvasni. A leolvasás különbsége megadja, hogy a kinullázott, vagyis a terheletlen állapothoz képest mennyi az R_V ellenállásnak a ΔR_V megváltozása. Mivel $\Delta R_V = R_M k_o \varepsilon$ és $\Delta R_V = \Delta R_M$ érvényes, így ebből ε meghatározható.

Mint ahogy a munkadarab hőmérsékletének változása miatt is változik az R_M értéke, ezt a változást ki kell egyenlitenünk, kompenzálni kell.



5. ábra A mérő híd bekötési vázlatja



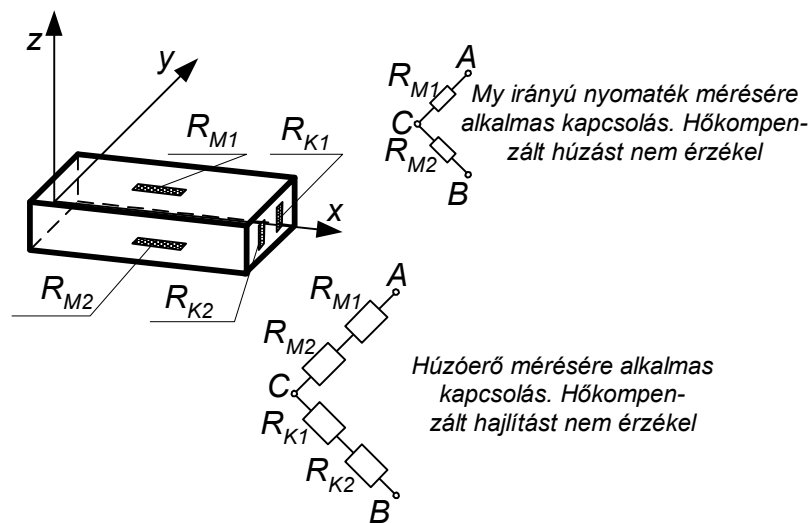
6. ábra A mérési bekötés kompenzációval, helyszíni elrendezéssel

A mérendő alkatrész környezetében olyan helyre ragasztjuk az R_K kompenzátor bélyegét, amely helyen nem ébred feszültség, nem jön létre nyúlás, de a hőfok közel azonos a mérendő P pont környezetének hőfokával. Ekkor a hőfok változásával a ΔR_M és ΔR_K azonos értékű, tehát a szemben lévő hídágakban az ellenállások szorzata azonos marad, nem szűnik meg a híd kiegyenlítetttsége. Ezzel tehát kikompenzáltuk a hőfokváltozás hatását. A 6. ábrán látható R_M - R_K kapcsolást fél hídkapcsolásnak nevezzük.

A fent leírt mérési elv az idők folyamán nem változott, de a mérőműszerek lényegesen korszerűbbek lettek. Az egyenáramú műszerek helyett váltóáramú ún. vivőfrekvenciás mérőerősítőket használunk. A hidat csak a mérés kezdetén kell kiegyenlíteni, s a kijelző skálát úgy kalibrálják, hogy $\varepsilon = 0,1\%$ nyúlás, azaz $k_o = 2$ esetén a mért feszültség $\sigma = 210$ MPa értékű legyen. A mérőműszerekkel egyszerre több mérőbéllyeget tudunk kiszolgálni. (A többcsatornás mérőerősítő általában 6 vagy 12 csatornás, de létezik 100 csatornás mérőerősítő is.)

Mi a laboratóriumi gyakorlaton egy *Hottinger-Baldwin* Meßtechnik GmbH (BRD) által gyártott számítógépes 6 ill. 12 csatornás mérő és méréskiértékelő műszercsoportot használunk. A csatornák egy része hőfokmérésre ill. elmozdulás mérésre használható.

7. Erőmérő és nyomatékmérő kapcsolások.



7. ábra A nyúlásmérő bélyegek felragasztása és kapcsolási vázolata

A hajlító nyomaték hatására (7. ábra) a nyomatékmérő kapcsolásban, a két mérőbéllyegekben $+\varepsilon_1$ és $-\varepsilon_2$ értékűek a nyúlások, ami $+\Delta R_{M1}$ és $-\Delta R_{M2}$ ellenállás-változást jelent. Ez egyen-értékű azzal, mintha $2\Delta R_{M1}$ ellenállás-változás jönne létre az 1 mérőbéllyegen, tehát $2\varepsilon_1$ változást mérünk, mivel nem egy ágba vannak kötve a bélyegek. Húzóerő hatására a szemben lévő hídágakban azonos, ΔR_{M1} változás jön létre, így a hidat nem hangolja el. A húzóerő kapcsolásnál, $+\Delta R_{M1}$ és $+\Delta R_{M2}$ ellenállás-változás hangolja el az egyik hídágat, tehát $2\varepsilon_1$ változást mérünk. Az R_{K1} , és R_{K2} ellenállások a hő kompenzáló bélyegek. Ebben a kapcsolásban a hajlító nyomaték hatására, $+\Delta R_{M1}$ és $-\Delta R_{M2}$ összege az AC hídágban nem változtat a híd kiegyenlítetttségén, tehát a hajlítást ez a kapcsolás nem érzékeli.

8. Labormérés leírása.

8.1. Mérőberendezés, mérési modell:

A 8. ábrán látható, egyik végén befogott, téglalap keresztmetszetű tartó (15x5,7x130 mm) K_1 keresztmetszetében a húzott szátra R_{M1} hosszirányú, R_{M3} keresztirányú, a nyomott szátra a

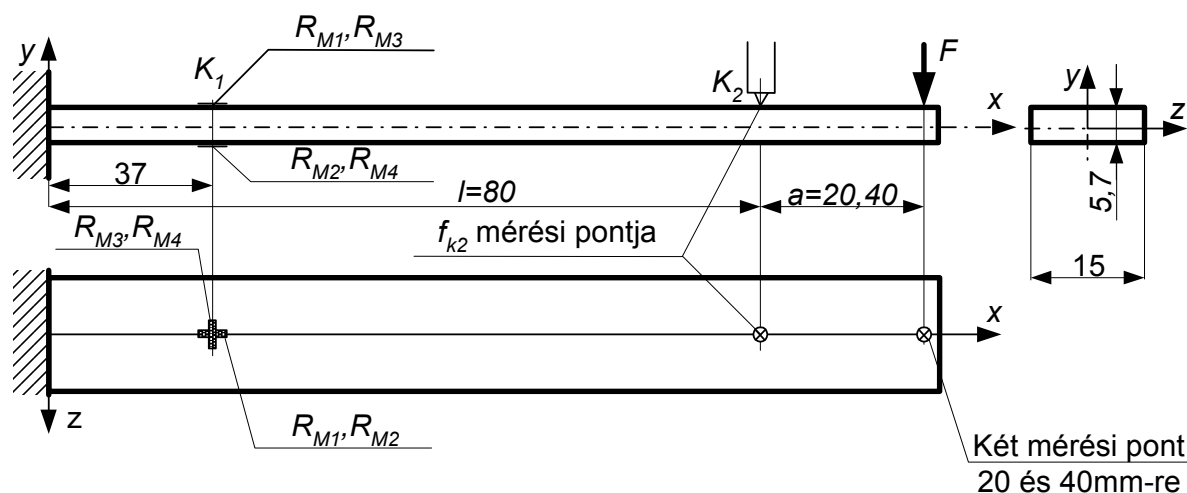
fentiek szerinti R_{M2} ; R_{M4} nyúlásmérő bélyegek vannak felragasztva. A húzott és nyomott szálon lévő azonos irányú bélyegek páronként, a fél hídkapcsolás AC ill. BC hídágában vannak kötve, és így az $F=60$ N nagyságú súlyterhelés K_1 keresztmetszetben okozott hajlító nyomatékának hatására $2\varepsilon_1$, $2\varepsilon_3$ értékű nyúlást mérünk. A mérőműszert közvetlenül az ε_h és ε_k értékek kijelzésére állítjuk be.

Egy induktív elmozdulás-mérővel a K_2 keresztmetszetben mérjük az F erőterhelés okozta lehajlást (f_{K2} ; mm). Mérjük tehát az ε_h és ε_k értékeket és az f_{K2} lehajlás értékét.

Az alakváltozási Mohr-kör megrajzolásával igazolható, hogy az $|\varepsilon_3| = \nu\varepsilon_1$ egyenletnek közelítően teljesülnie kell. Ez könnyen igazolható, hiszen a síkbeli feszültségállapotra vonatkozó Hooke-törvény szerint a $\sigma_{1\text{mérésnél számított}} = E\varepsilon_{\text{hmért}}$, illetve a számítás szerint a

$\sigma_{1\text{terheléssel számított}} = \frac{M_h}{K_z}$ feszültség értékeket kell összevetni. Hasonlóan $\nu = 0,3$ értéket kell

összevetni a mért $\nu = -\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_h}$ értékkel. Mindkét esetben megfelelő egyezést kell kapnunk.



8. ábra A laboratóriumi mérés vázlatja

A 8. ábrán vázolt terhelés alapján f_{K2} értéket a következők szerint számíthatjuk:

$$f_{K2} = \frac{Fl^3}{3I_z E} + \frac{Fl^2 a}{2I_z E}. \quad (15)$$

Ebbe a képletbe az f_{K2} mért értékét behelyettesítve, az E rugalmassági modulus számítható:

$$E = \frac{Fl^2}{I_z f_{K2}} \left(\frac{l}{3} + \frac{a}{2} \right) \quad (16)$$

Az így számított értéket vetjük össze az $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa ismert értékkel.

A mérés úgy van összeállítva, hogy a számítógép egy mérésnél több mintát vesz, és több minta átlagából közvetlenül az ε_h hosszirányú és az ε_k keresztirányú nyúlást számítja ki.

Mérési eredmények:

| | ε_h | $-\varepsilon_k$ | ν_i | a | f_{k2} | F |
|----------|-----------------|------------------|---------------|--------------|----------|-----|
| | $\times 10^3$ | $\times 10^3$ | számolt érték | 20 vagy 40mm | [mm] | [N] |
| 1. mérés | | | | | | |
| 2. mérés | | | | | | |
| 3. mérés | | | | | | |
| 4. mérés | | | | | | |
| | | | | | | |

$$\nu_{mért} = \frac{\sum_{i=1}^n \nu_i}{n} =$$

Young-féle modulusz: $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa

$$\sigma_{1mérésnél számolt} = E \varepsilon_h = \quad = \quad [\text{MPa}]$$

$$K_z = \quad \text{mm}^3, \quad M_h = \quad \text{Nmm}$$

$$\sigma_{1számított} = \frac{M_h}{K_z} = \quad = \quad [\text{MPa}]$$

Százalékos eltérés a feszültségeknél:

$$\%_{\sigma} = \frac{\sigma_{1számított} - \sigma_{1mérésnél számított}}{\sigma_{1mérésnél számított}} \cdot 100 = \quad \%$$

Százalékos eltérés a Poisson számnál:

$$\%_{\nu} = \frac{0,3 - \nu_{mért}}{\nu_{mért}} \cdot 100 = \quad \%$$

Százalékos eltérés a Young féle modulusnál ($l = 80\text{mm}$):

$$E_{mért} = \frac{Fl^2}{f_{k2} I_z} \left(\frac{l}{3} + \frac{a}{2} \right) =$$

$$\%_E = \frac{2,1 \cdot 10^5 - E_{mért}}{E_{mért}} \cdot 100 = \quad \%$$

Százalékos eltérés a csúszató rugalmassági modulusnál:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{1mérésnél számított}}{2} = \quad [\text{MPa}]$$

$$\text{A Mohr-kör alapján: } 0,5\gamma_{max} = \frac{\varepsilon_h - \varepsilon_k}{2} =$$

$$G_{számított} = \frac{\tau_{max}}{\gamma_{max}} = \quad [\text{MPa}]$$

$$\%_G = \frac{0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa} - G_{számított}}{G_{számított}} \cdot 100 = \quad \%$$

Aláírások:

1. 2. 3.