

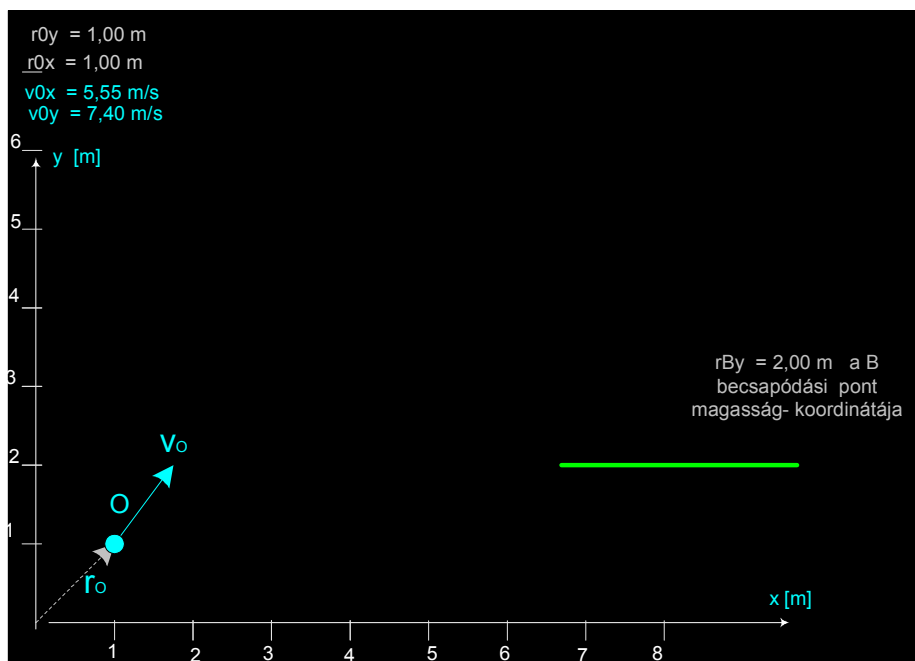
MECHANIKA-MOZGÁSTAN

2. hét gyakorlati anyaga

kidolgozta : Németh Imre tudományos munkatárs,

1./ FELADAT

Adott egy tömegpont ferde hajítása során a kiindulási helyzet $\vec{r}_0 = r_{0x}\vec{i} + r_{0y}\vec{j}$ helyvektora és a $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j}$ sebességvektor. A koordináta értékek a koordinátasík bal felső sarkában adóttak. A nehézségi gyorsulás $\vec{g} = -10\vec{j} \text{ m/s}^2$. Ugyancsak ismert a tömegpont B becsapódási pontjának magassági koordinátája, (r_{By})



Feladat :

- Mennyi t_B idő telik el a becsapódásig ?
- Számítsa ki a B becsapódási pont $\vec{r}_B = r_{Bx}\vec{i} + r_{By}\vec{j}$ helyvektorát !
- Állapítsa meg a mozgáspálya B becsapódási pontjában az \vec{v}_B pályasebességet !
- Szerkessze meg a tömegpont mozgáspályáját !
- Számítsa ki a mozgáspálya legmagasabb, A pontját kijelölő helyvektor értékét !
- Állapítsa meg a mozgáspálya S pontjában (Az \vec{r}_S helyvektor r_{Sx} koordinátája adott)
a \vec{v}_S pályasebességet !

Megoldás

a., és b., feladat:

$\vec{r}_B = r_{Bx}\vec{i} + r_{By}\vec{j}$, ahol $r_{By}\vec{j}$ ismert . másrészt

$$\vec{r}_B = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_B + \vec{g} t_B^2 / 2 \quad (1)$$

$$(1) \vec{j} : \quad r_{By} = r_{0y} + v_{0y} t_B - g t_B^2 / 2 \quad =>$$

$$t_B = (-v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 - 4(-g/2)(r_{0y} - r_{By})}) / 2(-g/2)$$

$$t_B = (-7,4 \pm \sqrt{7,4^2 - 4(-10/2)(1-2)}) / (2 \cdot (-10/2)) = (0,74 \pm 0,59) \text{ s}$$

A másodfokú egyenletből kapott két idő érték közül a kisebb nem a B ponthoz, hanem a mozgáspálya emelkedő ágán levő $r_y = r_{By} = 2 \text{ m}$ koordinátájú ponthoz tartozik.

Igy $t_B = t_{B1} = 1,33 \text{ s}$.

$$(1) \vec{i} : \quad r_{Bx} = r_{0x} + v_{0x} t_B$$

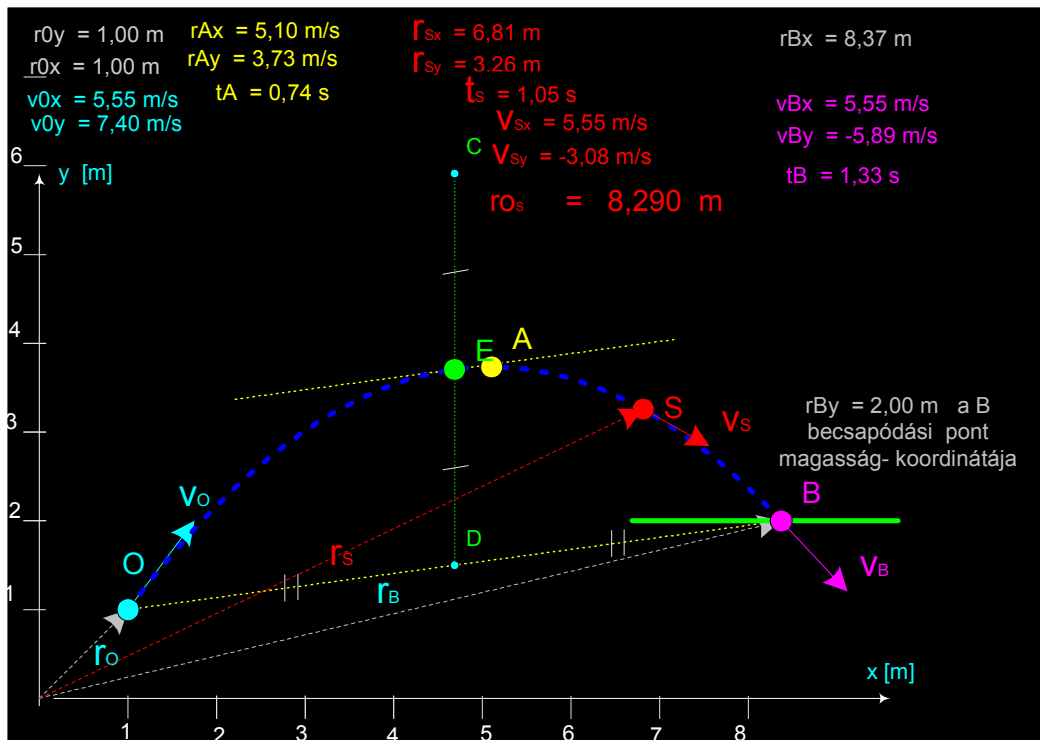
$$r_{Bx} = 1 + 5,55 \cdot 1,33 = 8,38 \text{ m}$$

A B becsapódási pontot kijelölő helyvektor : $\vec{r}_B = r_{Bx}\vec{i} + r_{By}\vec{j} = (8,38\vec{i} + 2\vec{j}) \text{ m}$

c., feladat

$$\vec{v}_B = \vec{v}_0 + \vec{g} t_B$$

$$\vec{v}_B = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j} + (-10\vec{j})t_B = 5,55\vec{i} + 7,4\vec{j} - 10 \cdot 1,33\vec{j} = (5,55\vec{i} - 5,89\vec{j}) \text{ m/s}$$



d., feladat

Az 0 és B ponti koordináták, valamint a pontokban ismert \vec{v}_0 és \vec{v}_B pályasebességek alapján történik a pályagörbe szerkesztése. A lépések sorrendje:

OB parabola húr \Rightarrow OB szakaszt felező D pont \Rightarrow C pont (\vec{v}_B és \vec{v}_0 hatásvonalak metszéspontja) \Rightarrow CD szakaszt felező E pont \Rightarrow E ponton át OB húrral párhuzamos, pályagörbét érintő egyenes \Rightarrow pályagörbe berajzolása

Megjegyzés: A CD parabolatengely párhuzamos a mozgáspálya minden pontjában érvényes \vec{g} gyorsulásvektorral.

e., feladat

A mozgáspálya legmagasabb, A pontját kijelölő helyvektor a mozgáspálya azon helyére mutat, ahol a pályasebesség v_y koordinátája 0 értékű.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{g}t_A \quad (2)$$

$$(2) \quad \vec{i} : v_{Ax} = v_{0x}$$

$$(2) \quad \vec{j} : v_{Ay} = 0 = v_{0y} - gt_A \Rightarrow t_A = v_{0y} / g = 7,4 / 10 = 0,74 \text{ s}$$

$$\vec{r}_A = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_A + \vec{g} t_A^2 / 2$$

$$\vec{r}_A = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_A + \vec{g} t_A^2 / 2 = \vec{i} + \vec{j} + (5,55\vec{i} + 7,4\vec{j})t_A - (10t_A^2 / 2)\vec{j}$$

$$\vec{r}_A = \vec{i} + \vec{j} + (5,55\vec{i} + 7,4\vec{j})0,74 - (10 \cdot 0,74^2 / 2)\vec{j} = (5,1\vec{i} + 3,73\vec{j}) \text{ m}$$

f., feladat

Az \vec{r}_S helyvektor $r_{Sx} = 6,81 \text{ m}$ koordinátája adott.

$$\vec{r}_S = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_S + \vec{g} t_S^2 / 2 \quad (3)$$

$$(3) \quad \vec{i} :$$

$$r_{Sx} = 6,81 = r_{0x} + v_{0x} t_S = 1 + 5,55 \cdot t_S \Rightarrow t_S = 1,05 \text{ s}$$

$$(3) :$$

$$\vec{r}_S = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_S + \vec{g} t_S^2 / 2 = \vec{i} + \vec{j} + (5,55\vec{i} + 7,4\vec{j}) \cdot 1,05 - (10 \cdot 1,05^2 / 2)\vec{j}$$

Az S pontot kijelölő helyvektor:

$$\vec{r}_S = (6,81\vec{i} + 3,26\vec{j}) \text{ m}$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_0 + \vec{g} t_S = v_{Sx} \vec{i} + v_{Sy} \vec{j} \quad (4)$$

$$(4) \quad \vec{i} : v_{Sx} = v_{0x} = 5,55 \text{ m/s}$$

$$(4) \quad \vec{j} : v_{Sy} = v_{0y} - gt_S = 7,4 - 10 \cdot 1,05 = -3,08 \text{ m/s}$$

A pályasebesség értéke S pontban:

$$\vec{v}_S = v_{Sx} \vec{i} + v_{Sy} \vec{j} = (5,55\vec{i} - 3,08\vec{j}) \text{ m/s}$$