SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
MŰSZAKI TUDOMÁNYI KAR
MECHANIKA - MOZGÁSTAN

ALKALMAZOTT MECHANIKA
TANSZÉK

RUGALMAS TESTEK ÜTKÖZÉSE

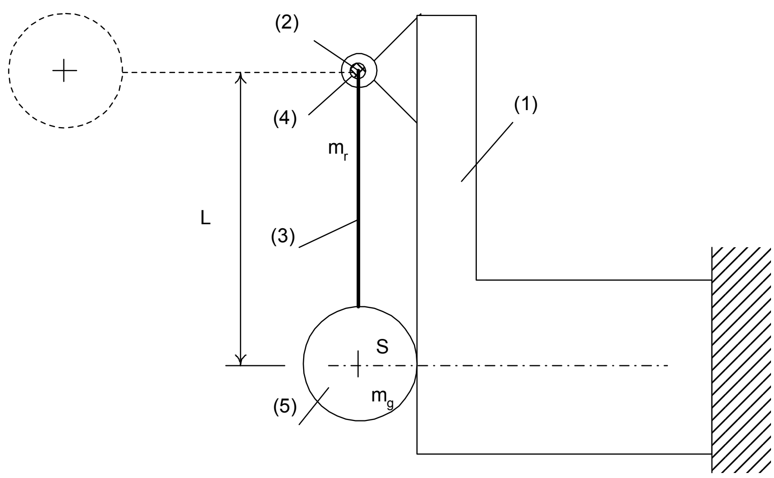
Laboratóriumi gyakorlat

A mérés tárgya: fizikai inga ütközési folyamatának vizsgálata
A mérés célja: a) maximális ütközési erő
b) ütközési tényező
c) ütközési idő meghatározása

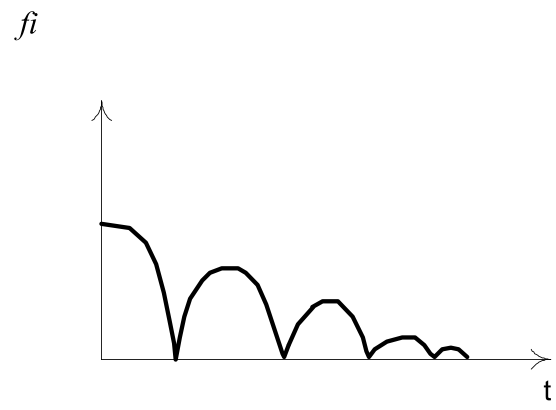
A vizsgálandó jellemzők számítással történő meghatározása csak nagyon egyszerű esetekben lehetséges, ezért a kísérleti vizsgálatok e téren nélkülözhetetlenek.
A kísérleti vizsgálatokat nehezíti az a körülmény, hogy az ütközés többnyire nagyon kis idő alatt (10^{-6} és 10^{-3} másodperc tartomány) játszódik le. A gyors folyamatok mérése pedig a mérőműszerekben végbemenő fizikai folyamatok (tehetetlenség, holtjáték, szórt kapacitások és induktivitások, jelterjedés véges sebessége, erősítő véges sávszélessége stb.) következtében nem könnyű feladat. E nehézségeket kiküszöbölendő, de az ütközési folyamat lényegét nem csorbítva, az egyik ütköző testnek a fizikai ingát felfüggesztő állványt választottunk. Az állvány a golyót viszonylag kicsi úton fékezi le. Az ütközés ennek következtében gyors (néhány ezred másodperc alatt) megy végbe, a folyamat megfelelően gyors mintavételezést biztosító műszerezettséggel vizsgálható.

1. A kísérlet összeállítása

Az 1.ábra szerinti fizikai ingát az (1) függesztő és ütközőállványban csapágyazott (2) tengely körül elforduló (3) $m_{rúd}$ tömegű függesztőrúd, a rúdvéghez és (2) tengelyhez kapcsolódó, elhanyagolható tehetetlenségi nyomatékú mozgó (4) szögérzékelő és a rúd másik végéhez rögzített m_g tömegű (5) acélgolyó képezi. A fizikai ingát adott szöghelyzetbe ($\varphi(t=0) = \varphi_0$) kitérítve és onnan elengedve az $\Delta\varphi = -\varphi_0$ szögesést követően az (1) végtelen tömegűnek tekinthető állvány függőleges síkjába ütközik, onnan visszapattan, majd néhány ütközés megtétele után nyugalomba jut. A szögadó az inga mindenkori $\varphi(t)$ szögelfordulásával arányos villamos jelet ad, melyből a mérési adatfeldolgozó rendszer $\Delta t=10^{-4}$ másodpercenként mintát vesz és azt digitális jellé (számmá) átalakítva tárolja további feldolgozás céljából. A szögelfordulás-függvény jellegre helyes alakja a 2. ábrán látható.



1. ábra: A berendezés vázlata



2. ábra:

a., Az ütközési erő meghatározása

Az ütközési erő mérése történhet közvetlen vagy közvetett módszerekkel.

1) *Közvetlen erőmérés*. A mért jelet az erő közvetlenül, más fizikai hatás (pl. deformáció) igénybevétele nélkül hozza létre. A közvetlen erőmérés két ismert fizikai jelenségen alapul:

a) Az ütköző testek felületi ellenállása változik a nyomóerő hatására. Ez az elv azonban csak villamosan vezető, porózus anyagok (pl. szén, vezető műanyag) esetén alkalmazható.

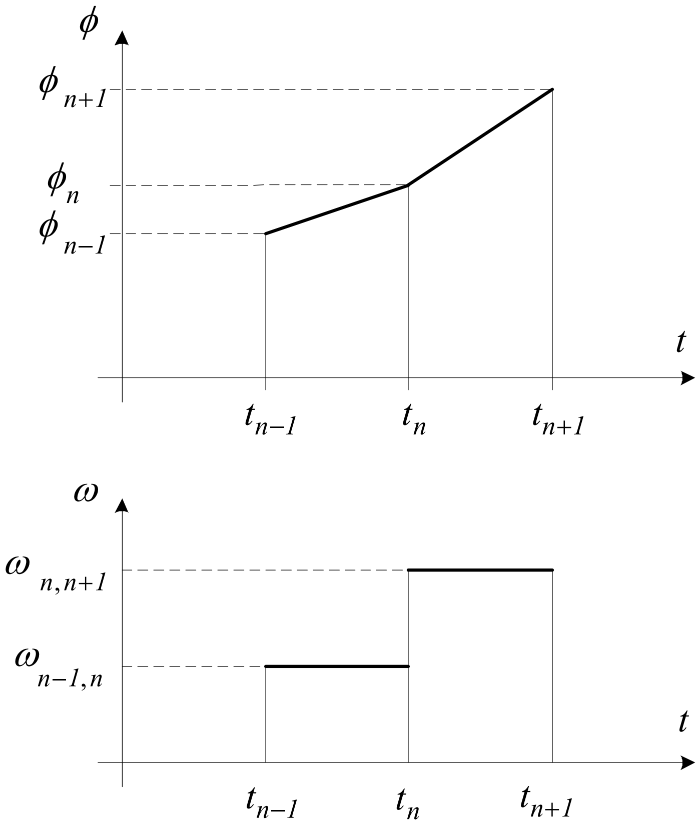
b) Bizonyos kristályok (pl. kvarc) nyomásakor a nyomott felületeken villamos töltés keletkezik, mely un. töltéserősítővel villamos feszültséggé alakítható. Az ütköző testek közé helyezett un. piezoelektromos erőmérő szenzornak azonban szigorú feltételeket kell kielégítenie annak érdekében, hogy ne okozzon elfogadhatatlan mérési hibát:

- nagyságrendekkel merevebbnek kell lennie, mint az ütköző testek eredő merevsége
- tömegének elhanyagolhatónak kell lenni az ütköző testekhez képest.
- ne változtassa meg az ütköző testek érintkezési deformációját, mivel az érintkezési zóna tulajdonságai döntőek az ütközés folyamatára.

Sajnos, az utolsó feltétel nehezen teljesíthető, ezért leszögezhetjük, hogy az *ütközési erő közvetlen úton történő meghatározása egyszerű módszerekkel nem lehetséges.*

2*)* Közvetett erőmérés. Az erő valamilyen ismert hatását (deformáció vagy mozgásállapot-változás) használjuk fel az erővel arányos jel nyerésére. A labormérés során az ütközési erőt az általa okozott mozgásállapot-változás alapján fogjuk meghatározni az $F = m \cdot a$ összefüggés alapján. A gyorsulás pillanatnyi értékét az alábbiak szerint határozzuk meg.

A fizikai inga $\varphi(t)$ (felfüggesztési tengely körüli) szögelfordulás-idő függvénye mintavételezés után $\varphi_1=\varphi(\Delta t)$, $\varphi_2= \varphi\ (2\cdot\Delta t)$, $\varphi_3=\varphi(3\cdot\Delta t)$,.... $\varphi_n= \varphi(n\cdot\Delta t)$…. adatsor alakjában áll rendelkezésre (2. ábra).



2. ábra: A deriválási (integrálási) séma

Az ω szögsebesség a φ(t) szögelfordulás függvény idő szerinti differenciálhányadosa, amit a differencia hányadossal közelítve a szögsebesség közelítő (átlag) értékét nyerjük. Az n-dik és n+1-dik mintavétel között

$$\varphi_{n,n+1} \approx \frac{\Delta\varphi_{n,n+1}}{\Delta t} = \frac{\varphi_{n+1}-\varphi_n}{\Delta t}$$

A szöggyorsulás közelítő értéke az n-dik mintavétel környezetében hasonló módon

$$\varepsilon_n \approx \frac{\Delta\omega_{n-1,n+1}}{\Delta t} = \frac{\omega_{n,n+1}-\omega_{n-1,n}}{\Delta t} = \frac{\dfrac{\varphi_{n+1}-\varphi_n}{\Delta t} - \dfrac{\varphi_n-\varphi_{n-1}}{\Delta t}}{\Delta t} = \frac{\varphi_{n+1}-2\varphi_n+\varphi_{n-1}}{\Delta t^2}$$

A numerikus deriválást a számítógép elvégzi és ω(t) illetve ε(t) diagramban megjeleníti. Számunkra a diagramnak csak az a része lényeges, amely időszakaszban a golyó és az állvány ütközőfelülete érintkezik (ameddig az ütközés tart). Ezt a regisztrátum részt a számítógép felnagyítva nyomtatja ki. A labormérés során meghatározandó mennyiségeket a kézhez kapott φ(t), és a felnagyított ω(t) , ε(t) diagramokból kell meghatározni. A golyó súlypontjának pillanatnyi pályasebességét és pályagyorsulását az ismert $v(t) = L \cdot \omega(t)$ és $a(t) = L \cdot \varepsilon(t)$ összefüggésekkel számíthatjuk ki. (L a golyó súlypontjának távolsága a felfüggesztési tengelytől)

A maximális ütközési erőt $F_{\max} = m_g \cdot a(t)_{\max}$ összefüggéssel számíthatjuk. Ilyen számítási móddal feltételezzük, hogy a fizikai inga súlypontja a golyó súlypontjával megegyező. A függesztőrúd, a csapágy és szögadó forgó részének tömegét, tehetetlenségi nyomatékát, továbbá a golyó súlyponti tehetetlenségi nyomatékát annak kis átmérője miatt elhanyagoljuk. Feltételezzük továbbá, hogy a szögadó forgórészét az ingatesttel összekötő tengely végtelen csavarómerevségű, így annak dinamikusan rugalmas elcsavarodása is teljességgel kizárt az ütközés során.

b) Ütközési tényező meghatározása

Tekintettel arra, hogy az ütközés során a függesztőállvány ütközőfelülete a végtelen nagy tömegűként modellezhető állványbefogó szerkezethez csatlakozik , az ütközési tényezőt egyszerű összefüggésekkel számíthatjuk három eltérő módszerrel.

1) Az φ(t) diagramból leolvasva a φ0 ejtési és φ1 visszapattanási szöget a H = L (1- cos φ0) ejtési és h = L(1 - cos φ1) visszapattanási magasságból az ütközési tényező :

$$k = \sqrt{\frac{h}{H}}$$

2) Az ω(t) diagramból kiszámítva golyó ütközése előtti

$$v_1 = v(t_k) = L \cdot \omega(t_k)$$

és utáni $u_1 = v(t_v) = L \cdot \omega(t_v)$

sebességét az ütközési tényező:

$$k = -\frac{u_1}{v_1}$$

3) A kinagyított φ(t) diagramból a golyó ütközésének t_k kezdeti időpillanatát meghatározhatjuk úgy, hogy a $\varphi_{min} = \varphi(t_m)$ függvényértékhez tartozó t_m időpillanattól indulva megkeressük azt az első olyan $t_k = t < t_m$ értéket amely t_k időpillanatban a φ(t) függvény görbülete előjelet vált (inflexiós pont). Ezen pontban a függvénygörbéhez érintőt szerkesztve azt találjuk, hogy a $t_k^* < t_k$ időpontokban az érintő a függvénygörbe egyik (belsőnek nevezett) oldalához , míg a $t_k^{**} > t_k$ időpontban a függvénygörbe külsőnek nevezhető oldalához áll közelebb.
A φ(t) függvény görbülete a t_k időpillanatban amiatt vált előjelet hogy golyótest a $t > t_k$ időpillanatokban már lassuló Sebessége nem tud a nehézségi gyorsulásnak megfelelő mértékben nőni, mivel a golyótest felszíne a t_k időpillanatban eléri (kezdi érinteni) az ütközősíkot.
A görbületelemzéssel megtalált t_k érték az ütközés kezdő időpillanata.
t_v vel jelölve a testek szételválásának (érintkezés megszűnésének) időpillanatát a távolodási (visszapattanási) fázisban, az esetleges maradó alakváltozást

elhanyagolva nem nehéz belátni hogy $\varphi(t_v) = \varphi(t_k)$. Tehát az ütközés kezdetéhez és végéhez tartozó φ értékek megegyeznek. A $\varphi(t_k)$ ponton áthaladó, t tengellyel párhuzamos egyenes a $\varphi(t)$ függvénygörbét egy másik, t_v időpillanatban is metszi. Ezen t_v időpillanatban a függvénygörbe egy újabb inflexiós pontot tartalmaz. Ezen $\varphi(t_v)$ ponton át a függvénygörbéhez szerkesztett érintő $tg\beta_v$ iránytangensének értéke elvileg az $\omega(t_v)$ (visszapattanási) szögsebességgel azonos.
A $\varphi(t_k)$ pontban a függvénygörbéhez szerkesztett érintő $tg\beta_k$ iránytangensének értéke megegyezik az $\omega(t_k)$ (ütközés kezdete) szögsebességgel.
Innen az ütközés előtti és utáni pályasebességek :

$$v_1 = \omega(t_k) \cdot L \qquad\qquad u_1 = \omega(t_v) \cdot L$$

Az ütközési tényező :

$$k = -\frac{u_1}{v_1}$$

c) Ütközési idő meghatározása

Határozza meg t_v és t_k értékét a b3., pont szerint a „fi(fok)” nevű diagrammező $\varphi(t)$ diagramjáról , vagy az „omega” diagrammező $\omega(t)$ diagramjából.

Az ütközés ideje :

$$t_ü = t_v - t_k$$

2. Ellenőrző kérdések

Milyen nehézségek merülnek fel az ütközési erő mérése kapcsán?
Milyen közvetlen erőmérési lehetőségeket ismer?
Milyen közvetett mérési elven mérjük az ütközési erőt?

Ismertesse azt a numerikus deriválási algoritmust, amellyel a szögelmozdulásból a szösebesség és a szögyorsulás előállítható!

Ismertesse a gyors folyamatok (pld. ütközési szög, út stb.) diszkrét időfüggvényeinek mérésekor a mérőberendezés mintavételezési gyakoriságára vonatkozó legfontosabb követelményt.

Hogyan lehet meghatározni az ütközési tényezőt az

- Ejtés előtti és utáni magasságokból
- Az elfordulási szög – idő függvényből (szerkesztéssel)
- Ütközés előtti és utáni sebességekből

Amikor az $F_{\max} = m_g \cdot a(t)_{\max} = m_g \cdot \varepsilon(t)_{\max} \cdot L$ összefüggést használjuk az ütközési erő közvetett meghatározására, ennek során milyen elhanyagolásokat végzünk.

Hogyan lehet meghatározni az ütközés idejét a φ(t) vagy ω*(t)* diagramokból?