

MECHANIKA - STATIKA

**Elméleti kérdések és válaszok
egyetemi alapképzésben (BSc képzésben)
résztevő mérnökhallgatók számára**

(1) Milyen esetben beszélünk tartós nyugalomról?

Abban az esetben, ha a (vizsgált) test a helyzetét hosszabb időn át nem változtatja meg.

(2) Mi a modellezés?

A modellezés olyan idealizáció (egyszerűsítés), amely a vizsgált rendszernek, vagy jelenségnek a vizsgálat szempontjából lényeges tulajdonságait megtartja, a többi tulajdonságát pedig elhanyagolja (nem veszi figyelembe).

(3) Mire nézve ad meg feltételezést (egyszerűsítést) az anyagmodell?

Az anyagmodell a vizsgált test anyagi viselkedésére nézve ad meg feltételezést (egyszerűsítést).

(4) Definiálja a merev test fogalmát!

Olyan test modell, amelyben bármely két pont távolsága állandó - a pontok távolsága terhelés hatására sem változik meg.

(5) Definiálja a szilárd test fogalmát!

Olyan test modell, amely alakváltozásra képes - pontjainak távolsága terhelés hatására megváltozik.

(6) Mire nézve ad meg feltételezést (egyszerűsítést) a geometriai modell?

A geometriai modell a vizsgált test alakjára nézve ad meg feltételezést (egyszerűsítést).

(7) Definiálja az anyagi pont fogalmát!

1. definíció: Anyagi tulajdonságokkal rendelkező geometriai pont.
2. definíció: Olyan test modell, amelynek helyzete (mozgása) egyetlen pontjának helyzetével (mozgásával) egyértelműen megadható.

(8) Definiálja a rúd fogalmát!

A rúd olyan test, amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

(9) Mi az erő?

Az erő egymással kapcsolatban levő testek mechanikai kölcsönhatásának mértéke.
Az erő vektormennyiség: irány és nagyság (előjel és mértékegység) jellemzi.

(10) *Mi az erőrendszer?*

Valamely szempontból kapcsolatban álló - pl. ugyanarra a testre ható - erők összessége (halmaz).

(11) *Mi a terhelés?*

- Az általunk vizsgált rendszerhez nem tartozó testeknek a rendszerre gyakorolt hatása.
- A terhelés ismert nagyságú és irányú erőhatás.

(12) *Milyen esetben jön létre koncentrált erő és vonal mentén megoszló erő?*

- Koncentrált erő két test pontszerű érintkezésénél átadódó hatás.
- Vonal mentén megoszló erő két test vonal mentén történő érintkezésénél átadódó hatás.

(13) *Milyen esetben jön létre felületen megoszló erő és térfogaton megoszló erő?*

- A felületen megoszló erő két test felület mentén történő érintkezésénél átadódó hatás.
- Térfogaton megoszló erő akkor jön létre, ha testek kölcsönhatása erőter közvetítésével valósul meg.

(14) *Mi a kényszer és mi a támasztóerő (kényszererő)?*

- A kényszer a test és a környezete, illetve a rendszert alkotó testek közötti kapcsolat, amely a vizsgált test mozgását akadályozza.
- A támasztóerő olyan ismeretlen erőhatás, amely egy kényszerrel adódik át az általunk vizsgált rendszerre (testre).

(15) *Milyen mozgást akadályoz meg a csukló (csuklós kényszer)?*

A csukló a test egy pontjának minden irányú elmozdulását megakadályozza.

(16) *Milyen mozgást akadályoz meg a görgő (görgős kényszer)?*

A görgő a test egy pontjának egy adott irányú elmozdulását akadályozza meg.

(17) *Milyen mozgást akadályoz meg a rudas megtámasztás / köteles felfüggesztés?*

A rudas megtámasztás / köteles felfüggesztés a test egy pontjának egy adott irányú elmozdulását akadályozza meg.

(18) *Milyen mozgást akadályoz meg a befogás / befalazás?*

A befogás / befalazás a test egy pontjának minden irányú elmozdulását és a test adott pontbeli síkmetszetének az elfordulását akadályozza meg.

(19) Adja meg a szabadságfok fogalmát! Táblázatban foglalja össze az anyagi pont és a merev test szabadságfokát síkbeli és térbeli esetben!

Azoknak a skaláris adatoknak (skaláris koordinátáknak) a száma, amelyek egy test, vagy szerkezet helyzetét egyértelműen meghatározzák.

	Síkbeli eset	Térbeli eset
Anyagi pont	2	3
Merev test	3	6

(20) Mikor egyenértékű két, ugyanarra az anyagi pontra ható erőrendszer? Mikor egyensúlyi egy anyagi pontra ható erőrendszer?

- Két, ugyanarra az anyagi pontra ható erőrendszer akkor egyenértékű, ha hatása azonos, hatása pedig akkor azonos, ha eredő erővektoruk megegyezik.

$$\vec{F}' = \vec{F}'', \text{ ahol az eredő erők: } \vec{F}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}'_i, \quad \vec{F}'' = \sum_{j=1}^m \vec{F}''_j.$$

- Egy anyagi pontra ható erőrendszer akkor egyensúlyi, ha eredője zérus vektor.

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}.$$

(21) Ismertesse a statika alaptételét anyagi pont esetén!

Egy anyagi pont egyensúlyban marad, ha a rá ható erőrendszer egyensúlyi:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}.$$

(22) Írja le két erő egyensúlyának feltételeit!

Két erő akkor van egyensúlyban, ha

- hatásvonalai azonosak (közösek),
- nagyságuk megegyező,
- irányuk ellentétes.

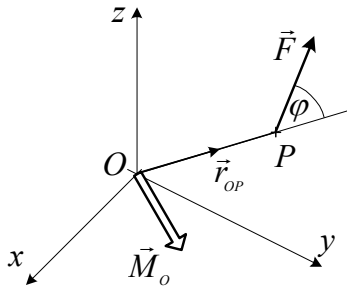
(23) Írja le három erő egyensúlyának feltételeit!

Három erő akkor van egyensúlyban, ha

- hatásvonalai azonos síkba esnek és közös pontban metsződnek,
- erővektoraik zárt vektorháromszöget alkotnak,
- a zárt vektorháromszög nyílfolyama folytonos.

(24) Mi a nyomaték? Definiálja erő pontra számított nyomatékát!

- A nyomaték az erő forgató hatása.
- A pontra számított nyomaték az erő egy adott pont körüli forgató hatása.



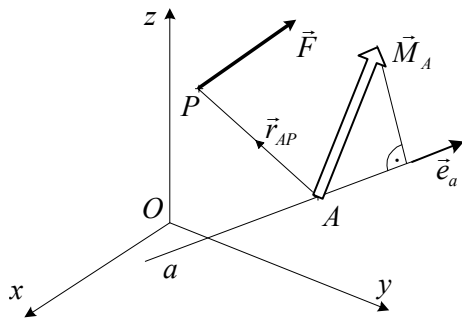
$$\vec{M}_O = \vec{r}_{OP} \times \vec{F}$$

O - annak a pontnak a jele, amelyre a nyomatékot számítjuk,
 P - az erő támadáspontja.

A pontra számított nyomaték vektormennyiség.

(25) *Definiálja erő tengelyre számított nyomatékát!*

A tengelyre számított nyomaték az erő egy adott tengely körüli forgató hatása.



$$M_a = \vec{M}_A \cdot \vec{e}_a, \text{ ahol}$$

\vec{M}_A a tengelyen lévő A pontra számított nyomaték,

$$(\vec{M}_A = \vec{r}_{AP} \times \vec{F}),$$

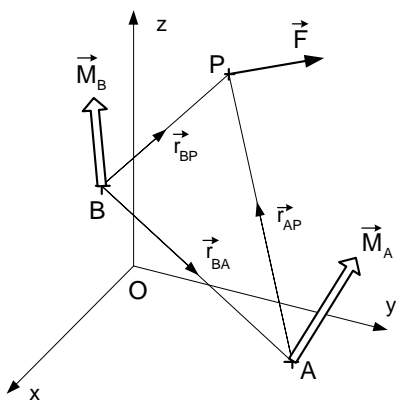
\vec{e}_a az a tengely irány-egységvektora.

A tengelyre számított nyomaték skaláris mennyiség.

(26) *Mely geometria alakzatokra nem ad az \vec{F} erő nyomatékot?*

- az erő hatásvonalán levő pontokra (mert $\vec{r}_{AP} \parallel \vec{F}$),
- az erő hatásvonalát metsző tengelyre (mert a metszéspontra számított nyomaték nulla),
- az erő hatásvonalával párhuzamos tengelyre (mert a tengely pontjaira számított nyomaték merőleges a tengelyre).

(27) *Ábrával szemléltetve vezesse le az összefüggést egy erő két pontra számított nyomatéka között!*



Az ábrából: $\vec{r}_{BP} = \vec{r}_{BA} + \vec{r}_{AP}$

A pontra számított nyomaték értelmezéséből kiindulva:

$$\begin{aligned} \vec{M}_B &= \vec{r}_{BP} \times \vec{F} = (\vec{r}_{BA} + \vec{r}_{AP}) \times \vec{F} = \\ &= \vec{r}_{AP} \times \vec{F} + \vec{r}_{BA} \times \vec{F} = \vec{M}_A + \vec{r}_{BA} \times \vec{F}, \end{aligned}$$

Tehát: $\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{r}_{BA} \times \vec{F}$

Vagy: $\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{F} \times \vec{r}_{AB}$.

(28) *Írja le erőrendszer redukált (eredő) vektorkettősének értelmezését!*

A redukált vektorkettős az erőrendszerrel azonos hatást fejt ki.

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad \vec{M}_A = \sum_{j=1}^m \vec{M}_j + \sum_{i=1}^n \vec{r}_{Ai} \times \vec{F}_i, \text{ ahol}$$

\vec{F}_i ($i=1, 2, \dots, n$) az erőrendszert alkotó koncentrált erők,

\vec{M}_j ($j=1, 2, \dots, m$) az erőrendszert alkotó koncentrált nyomatékok.

(29) Mikor egyenértékű két, ugyanarra a merev testre ható erőrendszer? Mikor egyensúlyi egy merev testre ható erőrendszer?

- Két, ugyanarra a merev testre ható erőrendszer akkor egyenértékű, ha hatása azonos, hatása pedig akkor azonos, ha eredő vektorkettősük megegyezik.

$$\vec{F}' = \vec{F}'', \quad \vec{M}'_A = \vec{M}''_A.$$

- Egy merev testre ható erőrendszer akkor egyensúlyi, ha eredő vektorkettőse zérus vektor.

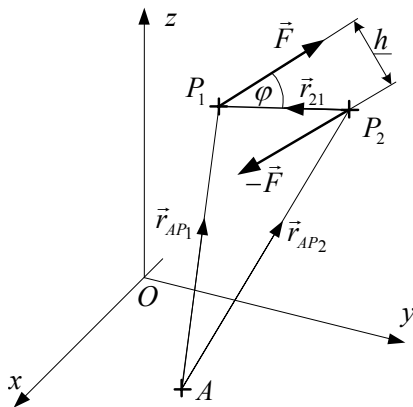
$$\vec{F} = \vec{0}, \quad \vec{M}_A = \vec{0}.$$

(30) Ismertesse a statika alaptételét általános esetben (merev test esetén)!

Egy merev test egyensúlyban marad, ha a rá ható erőrendszer egyensúlyi:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}, \quad \vec{M}_A = \sum_{j=1}^m \vec{M}_j + \sum_{i=1}^n \vec{r}_{Ai} \times \vec{F}_i = \vec{0}.$$

(31) Adja meg az erőpár (koncentrált nyomaték) definícióját!



Azonos nagyságú, ellentétes irányú és párhuzamos hatásvonalú két erőből álló erőrendszer.

$$\vec{M}_A = \vec{M}_B = \vec{r}_{21} \times \vec{F}.$$

(32) Írja le az erőpár (koncentrált nyomaték) tulajdonságait!

- erőpár nyomatéka a tér bármely pontjára ugyanannyi,
- erőpár nagysága a hatásvonalak \perp távolságának és az erők nagyságának szorzatával egyenlő,
- erőpár iránya merőleges az erők hatásvonalai által meghatározott síkra,
- erőpár irányát az erők jobbkéz-szabály szerinti forgató hatása adja meg.

(33) Adja meg az erőrendszer fogalmának általánosított definícióját!

Valamilyen szempontból kapcsolatban levő, pl. egyazon testre ható, erők és nyomatékok összessége (halmaza).

(34) Milyen esetben beszélünk síkbeli erőrendszerről?

Ha az erőrendszer minden erővektora egyazon síkba esik, és az erőrendszerhez tartozó koncentrált nyomatékok pedig merőlegesek a síkra.

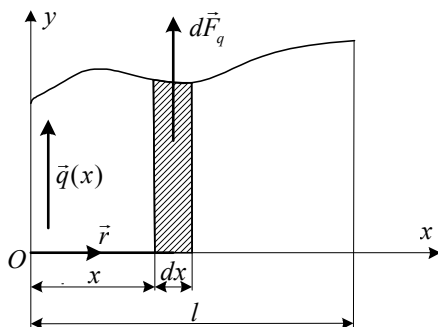
(35) Adja meg síkbeli szétszórt erőrendszer értelmezését!

Ha a síkbeli erőrendszer több mint két erőből áll és az erők hatásvonalai nem metsződnek közös pontban.

(36) Mivel helyettesíthető síkbeli szétszórt erőrendszer? Mi jellemzi az eredő erő hatásvonalának pontjait?

- Síkbeli szétszórt erőrendszer mindig helyettesíthető egyetlen erővel, az erőrendszer eredőjével.
- Az erőrendszernek az eredő erővektor hatásvonalának pontjaira számított nyomatéka zérus.

(37) Hogyan számítható ki vonal mentén megoszló erőrendszer eredője és O pontra számított nyomatéka?



$$\text{Az eredő erő: } \vec{F}_q = \int_{(l)} \vec{q}(x) dx.$$

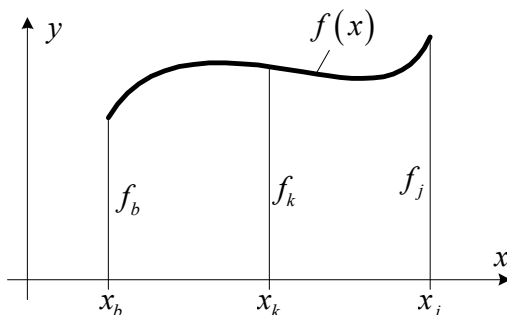
Az O pontra számított nyomaték:

$$\vec{M}_O = \int_{(l)} \vec{r} \times \vec{q}(x) dx = \vec{k} \int_{(l)} x q(x) dx.$$

Az erőrendszer sűrűségvektora:

$$\vec{q} = \vec{q}(x) = q(x) \vec{j}.$$

(38) Ismertesse az integrálok közelítő kiszámítására alkalmas Simpson formulát (képletet)! A Simpson formula milyen esetben adja meg az integrál pontos értékét?



$$\int_{(l)} f(x) dx \approx \frac{l}{6} (f_b + 4f_k + f_j)$$

A Simpson formula akkor adja meg az integrál pontos értékét, ha az integrandusz harmadfokúnál nem magasabb fokszámú polinom.

(39) Milyen esetben beszélünk párhuzamos erőrendszerről?

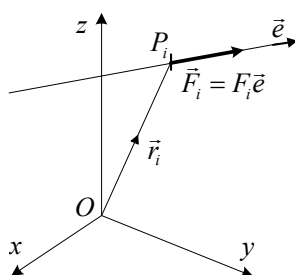
Párhuzamos erőrendszerrel beszélünk abban az esetben, ha az erőrendszert alkotó valamennyi erő párhuzamos egy adott \vec{e} iránnyal.

(40) Mitől függ párhuzamos erőrendszer $\vec{F} \neq \vec{0}$ eredője támadáspontjának helyvektora?

Ha a párhuzamos erőrendszer eredője $\vec{F} \neq \vec{0}$, akkor ennek támadáspontja (azaz az erőrendszer középpontja) független az erők irányától, csak azok nagyságától és támadáspontjának helykoordinátáitól függ.

(41) Definiálja párhuzamos erőrendszer K erőközéppontját és adja meg az \vec{r}_K helyvektor kiszámítási módját!

Párhuzamos erőrendszer K erőközéppontja az a pont, amelyben az erőrendszer egyetlen erővel helyettesíthető.



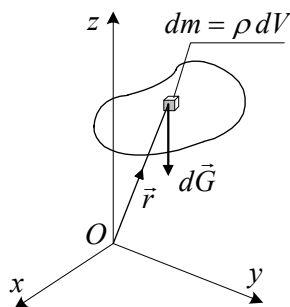
$$\vec{r}_K = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{r}_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \text{ ahol}$$

n - az erőrendszert alkotó erők száma,

\vec{r}_i - az O pontból az erő támadáspontjába mutató helyvektor.

(42) Definiálja test S súlypontját és a súlypont helyvektorának kiszámítási módját!

Test súlypontja a test térfogatán megoszló súlyerő-rendszer erőközéppontja.



$$\vec{r}_K = \vec{r}_S = \frac{\int_{(V)} \vec{r} \rho g dV}{\int_{(V)} \rho g dV}, \text{ ahol}$$

g - a gravitációs gyorsulás,

ρ - a test anyagának tömegsűrűsége.

(43) A mechanikában milyen testeket tekintünk rúdnak? Mi a rúd mechanikai modellje?

A rúd olyan test, amelyek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

A rúd mechanikai modellje a középvonal (a rúd S ponti szála).

(44) Definiálja a prizmatikus rúd fogalmát!

1. definíció: Ha a rúd keresztmetszeteinek alakja, nagysága és térbeli elhelyezkedése a rúd hossza mentén nem változik.

2. definíció: Ha a rúd keresztmetszetei állandók és a középvonal mentén párhuzamos eltolással egymásba tolhatók.

(45) Adja meg rúd keresztmetszetének definícióját! Definiálja rúd középvonalát (súlyponti szálát)!

A keresztmetszet a rúd legnagyobb méretére merőleges metszet.
Középvonal a rúdkeresztmetszetek S pontjai által alkotott vonal.

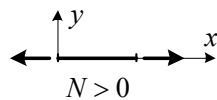
(46) Definiálja rúd igénybevételét!

Rúd tetszőleges keresztmetszetének igénybevétele a keresztmetszeten megoszló belső erőrendszernek a keresztmetszet S pontjába redukált vektorkettőse, illetve e vektorkettős skaláris koordinátái.

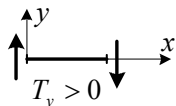
(47) Írja le egy adott rúdkeresztmetszet igénybevételeinek meghatározási módját!

- a rudat az adott keresztmetszetben gondolatban két részre bontom,
- az egyik részt elhagyom, a másikat megtartom,
- az elhagyott részre ható erőrendszert redukálom a megtartott rész keresztmetszetének az S pontjába.

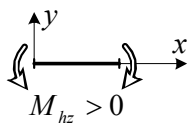
(48) Ábrák segítségével adja meg síkbeli terhelésű tartószerkezet igénybevételei pozitív előjelének értelmezését!



A pozitív rúderő.



A pozitív nyíróerő.



A pozitív hajlító-nyomaték.

(49) Hogyan kapjuk meg az igénybevételi ábrákat (igénybevételi függvényeket)? Milyen igénybevételi függvényeket kapunk síkbeli esetben

Az igénybevételeket a tartó (rúd) minden keresztmetszetében meghatározzuk és a rúd középvonala mentén mért helykoordináta függvényében ábrázoljuk.

Igénybevételi függvények síkbeli esetben: $N = N(x)$, $T = T(x)$, $M_{hz} = M_{hz}(x)$.

(50) Adja meg a rúd középvonala mentén megoszló $q_y(x)$ terhelés és a T_y nyíróerő közötti összefüggést differenciális és integrál alakban!

$$\frac{dT_y(x)}{dx} = q_y(x), \quad \text{differenciális alak,}$$

$$T_y(x_2) - T_y(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} q_y(x) dx, \quad \text{integrál alak.}$$

(51) Adja meg a T_y nyíróerő és az M_{hz} hajlítónyomaték közötti összefüggést differenciális és integrál alakban!

$$\frac{dM_{hz}(x)}{dx} = -T_y(x), \quad \text{differenciális alak,}$$

$$M_{hz}(x_2) - M_{hz}(x_1) = - \int_{x_1}^{x_2} T_y(x) dx, \quad \text{integrál alak.}$$

(52) Táblázatban adja meg a kényszerekkel lekötött szabadságfokok számát síkbeli és térbeli esetben görgős és csuklós megtámasztásra, valamint befogásra!

	Síkbeli eset	Térbeli eset
Görgő	1	1
Csukló	2	3
Befogás	3	6

(53) Milyen esetben statikailag határozott egy szerkezet?

1. definíció: Ha a belső és külső kényszerekkel lekötött szabadságfokok száma megegyezik a test s szabadságfokainak számával: $n_b + n_k = s$.
2. definíció: Ha az ismeretlen támasztó és belső erőkoordináták száma megegyezik a szerkezetre felírható független skaláris statikai egyensúlyi egyenletek számával.

(54) Milyen esetben statikailag határozatlan egy szerkezet?

1. definíció: Ha a belső és külső kényszerekkel lekötött szabadságfokok száma nagyobb, mint a szerkezetet alkotó testek szabadságfokainak összege:
 $n_b + n_k > s$.
2. definíció: Ha az ismeretlen támasztó és belső erőkoordináták száma nagyobb, mint a szerkezetre felírható független skaláris statikai egyensúlyi egyenletek száma.

(55) Adja meg az anyagi pontra, merev testre és merev testekből álló szerkezetre felírható skaláris statikai egyensúlyi egyenletek számát síkbeli és térbeli esetben!

	Síkbeli eset	Térbeli eset
Anyagi pont	2	3
Merev test	3	6
N db. merev testből álló rendszer	$3N$	$6N$

(56) Adja meg a csuklós szerkezet definícióját!

Olyan rudakból felépített szerkezetek, amelyeknek elemei (alkatrészei) egymáshoz csuklóval, a környezethez pedig tetszőleges kényszerrel kapcsolódnak. (A csuklók nem feltétlenül rudak végén helyezkednek el.)

(57) Adja meg síkbeli rácsos szerkezet definícióját!

Rácsos szerkezet: egyenes tengelyű rudakból, csuklók segítségével felépített és csak a csuklókon terhelt és megtámasztott szerkezet.

Síkbeli rácsos szerkezet: olyan rácsos szerkezet, amelyben minden rúd középvonala egy síkban helyezkedik el.

(58) Ismertesse a rácsos szerkezet rúderőinek meghatározására alkalmas csomóponti módszert!

- Egy kiragadott csomópont (csukló) egyensúlyát vizsgáljuk meg.
 - Az ismeretlen rúderőket vetületi egyensúlyi egyenletek felhasználásával határozzuk meg.
- A módszerrel síkbeli esetben két rúderő (2 skaláris ismeretlen) határozható meg.

(59) Ismertesse a rácsos szerkezet rúderőinek meghatározására alkalmas átmetsző módszert!

- A szerkezetet gondolatban két részre bontjuk (átmetsszük).
 - Az átmetszéssel kapott egyik részt megtartjuk, a másik részt elhagyjuk.
 - A megtartott rész elmetszett rúdjaiban fellépő rúderők biztosítják az adott rész egyensúlyát.
 - Az ismeretlen rúderőket a megtartott részre felírt egyensúlyi (vetületi és nyomatéki) egyenletekből határozzuk meg.
- A módszerrel síkbeli esetben három rúderő (3 skaláris ismeretlen) határozható meg.

(60) Milyen esetben beszélünk nyugvásbeli súrlódásról? Adja meg a támasztóerő normális és tangenciális koordinátája közötti összefüggést!

Ha az érintkező felületek érdesek és a testek érintkező pontjai között nem lép fel relatív tangenciális elmozdulás.

$F_t \leq \mu_0 F_n$, ahol μ_0 a nyugvásbeli súrlódási tényező, F_t a támasztóerő tangenciális, F_n a támasztóerő normális koordinátája.

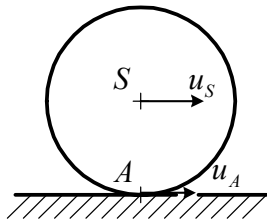
(61) Milyen esetben beszélünk mozgásbeli súrlódásról? Adja meg a támasztóerő normális és tangenciális koordinátája közötti összefüggést!

Ha az érintkező felületek érdesek és a testek érintkező pontjai között relatív tangenciális elmozdulás lép fel.

$F_t = \mu F_n$, ahol μ a mozgásbeli súrlódási tényező, F_t a támasztóerő tangenciális, F_n a támasztóerő normális koordinátája.

(62) Milyen esetben beszélünk tiszta gördülésről? Adja meg a tiszta gördülés feltételeit!

Tiszta gördülésről beszélünk, ha a testek érintkezési pontjai között nincs relatív tangenciális elmozdulás.



A tiszta gördülés feltételei:

$$u_S \neq 0 \text{ és } u_A = 0.$$