

RUGALMASSÁGTAN	Elméleti kérdések és válaszok mesterképzésben (MSc) résztvevő mérnökhallgatók számára
----------------	---

- (1) Adja meg a tenzor értelmezését és tulajdonságait!

Értelmezés: A tenzor homogén, lineáris, vektor-vektor függvény által megvalósított leképezés (hozzárendelés): $\vec{w} = f(\vec{v}) = \underline{\underline{T}} \cdot \vec{v}$

Tulajdonságok: Homogén, lineáris, ha $\vec{v} = \vec{0}$, akkor $\vec{w} = \vec{0}$ és ha a $\vec{w}_1 = f(\vec{v}_1)$ és $\vec{w}_2 = f(\vec{v}_2)$ jelölést bevezetve, fennáll az alábbi összefüggés:
$$\vec{w} = f(\lambda_1 \vec{v}_1 + \lambda_2 \vec{v}_2) = \lambda_1 f(\vec{v}_1) + \lambda_2 f(\vec{v}_2) = \lambda_1 \vec{w}_1 + \lambda_2 \vec{w}_2.$$

- (2) Adja meg a $\underline{\underline{T}}$ tenzor és a $\underline{\underline{T}}^T$ transzponált tenzor diadikus értelmezését derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!

Tenzor:
$$\underline{\underline{T}} = (\vec{a} \circ \vec{e}_x + \vec{b} \circ \vec{e}_y + \vec{c} \circ \vec{e}_z),$$

 Transzponált tenzor:
$$\underline{\underline{T}}^T = (\vec{e}_x \circ \vec{a} + \vec{e}_y \circ \vec{b} + \vec{e}_z \circ \vec{c}),$$

 ahol \vec{a} az \vec{e}_x , \vec{b} az \vec{e}_y , és \vec{c} az \vec{e}_z vektorok kép vektorai.

- (3) Adja meg a szimmetrikus és a ferdeszimmetrikus tenzor értelmezését!

Szimmetrikus a tenzor, ha egyenlő a transzponáltjával: $\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{T}}^T$.

Ferdeszimmetrikus a tenzor, ha egyenlő a transzponáltja mínusz egyszeresével $\underline{\underline{T}} = -\underline{\underline{T}}^T$.

- (4) Ismertesse a tenzorok felbontásának tételét!

Minden tenzor felbontható egy szimmetrikus és egy ferdeszimmetrikus rész összegére:

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{T}}_{sz} + \underline{\underline{T}}_{fsz} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{T}} + \underline{\underline{T}}^T) + \frac{1}{2}(\underline{\underline{T}} - \underline{\underline{T}}^T).$$

- (5) Adja meg a mechanikai test modell értelmezését!

Olyan, idealizált tulajdonságokkal rendelkező test, amely a valóságos testnek a vizsgálat szempontjából leglényegesebb tulajdonságait tükrözi.

A test lényegesnek tartott tulajdonságait megtartjuk, a lényegtelennek ítélt tulajdonságokat pedig elhanyagoljuk.

- (6) Adja meg a merev test értelmezését!

A merev test egy olyan test modell, amelyben bármely két pont távolsága állandó, a pontok távolsága a terhelés hatására sem változik meg.

- (7) Adja meg szilárd test értelmezését!

A szilárd test olyan test modell, amely alakváltozásra képes. A szilárd test pontjainak

távolsága, egyeneseseinek egymással bezárt szöge terhelés hatására megváltozik.

(8) Mi a szilárdságtan?

A terhelés előtt és terhelés után is tartós nyugalomban levő, alakváltozásra képes testek kinematikája, dinamikája és anyagszerkezeti viselkedése.

(9) Mi a terhelés?

A terhelés az általunk vizsgált rendszerhez nem tartozó testekről származó ismert nagyságú hatás. Ez a hatás szilárd halmazállapotú testeknél általában felületi érintkezéssel valósul meg.

A terhelés a testre ható ismert külső erőrendszer.

(10) Adja meg a tartós nyugalom feltételeit!

- A testre ható erőrendszer egyensúlyi.

- A test megtámasztása nem enged meg merevtestszerű elmozdulást.

(11) Mi a kinematika feladata a szilárdságtanba?

A kinematika a szilárdságtanban leírja a terhelés hatására bekövetkező elmozdulásokat, alakváltozásokat.

(12) Mi a dinamika feladata a szilárdságtanban?

A dinamika a szilárdságtanban leírja a terhelés hatására a testben fellépő belső erőrendszert, a feszültségi állapotot.

(13) Mi az anyagszerkezeti viselkedés a szilárdságtanban?

Az anyagszerkezeti viselkedés a szilárdságtanban megadja az alakváltozás és a hozzá tartozó belső erőrendszer közötti kapcsolatot.

(14) Definiálja az alakváltozás fogalmát!

Alakváltozásról beszélünk, ha terhelés hatására a test pontjai egymáshoz képest elmozdulnak és ezért anyagi geometriai alakzatai (pl. hossz, szög, felület, térfogat) megváltoznak.

(15) Milyen esetben beszélünk rugalmas, illetve képlékeny alakváltozásról?

Rugalmas az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a terhelés megszüntetése (a tehermentesítés) után visszanyeri eredeti alakját.

Képlékeny az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a tehermentesítés után nem nyeri vissza eredeti alakját.

(16) Adja meg a kis elmozdulások és a kis alakváltozások értelmezését!

Kis elmozdulás esetén a test pontjainak elmozdulása nagyságrendekkel kisebb a test jellemző geometriai méreteinél.

Kis alakváltozások esetén a test alakváltozását jellemző mennyiségek lényegesen kisebbek, mint egy: $\varepsilon \ll 1, \gamma \ll 1$.

(17) Két erőrendszer szilárdságtani szempontból mikor egyenértékű egymással?

Két, ugyanarra a testre ható erőrendszer szilárdságtani szempontból egyenértékű, ha azok - a test kis részétől (a terhelés közvetlen környezetétől) eltekintve - a testnek ugyanazt az alakváltozási állapotát hozzák létre.

(18) Ismertesse a Saint Venant elvet!

Szilárd test alakváltozásakor a test valamely ugyanazon kis felületén ható, nyomatéki terük vonatkozásában egyenértékű erőrendszerek - a kis felület közvetlen környezetének kivételével - jó közelítéssel ugyanazt az alakváltozási állapotot hozzák létre.

(19) Milyen mennyiséggel adható meg egyértelműen test P pontja elemi környezetének fajlagos, relatív elmozdulási állapota? Adja meg a jellemző mennyiséget diadikus alakban!

A P pont elemi környezetének fajlagos, relatív elmozdulási állapotát a derivált tenzor jellemzi egyértelműen.

A derivált tenzor értelmezése: $\underline{\underline{D}} = (\vec{u}_x \circ \vec{e}_x + \vec{u}_y \circ \vec{e}_y + \vec{u}_z \circ \vec{e}_z)$,

ahol az \vec{u}_x , az \vec{u}_y és az \vec{u}_z az \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z elemi triéder végpontjainak fajlagos, relatív elmozdulás-vektorai és \circ a diadikus szorzás jele.

(20) Adja meg a derivált tenzor szimmetrikus és ferdeszimmetrikus részének kinematikai tartalmát!

A derivált tenzor felbontása: $\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{\Psi}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{D}} + \underline{\underline{D}}^T) + \frac{1}{2}(\underline{\underline{D}} - \underline{\underline{D}}^T)$.

ahol a szimmetrikus rész az $\underline{\underline{A}}$ alakváltozási tenzor és a ferdeszimmetrikus rész a $\underline{\underline{\Psi}}$ forgató tenzor.

(21) Adja meg az alakváltozási jellemzők értelmezését!

a) $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ - fajlagos nyúlások.

Pl. az ε_x az egységnyi, x irányú hosszak a terhelés hatására bekövetkező megváltozása.

Az ε_x akkor pozitív, ha az egységnyi hossz a terhelés hatására megnövekszik.

b) $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}, \gamma_{yz} = \gamma_{zy}, \gamma_{zx} = \gamma_{xz}$ - fajlagos szögtorzulások (szögváltozások).

Pl. az γ_{xy} az egymással 90° -os szöget bezáró x és y irányok szögének a terhelés hatására bekövetkező megváltozása.

Az γ_{xy} akkor pozitív, ha a 90° -os szög a terhelés hatására csökken.

(22) Adja meg az alakváltozási tenzor definícióját diadikus alakban és írja fel az alakváltozási tenzor mátrixát derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!

a) Az alakváltozási tenzor diadikus alakban: $\underline{\underline{A}} = (\vec{\alpha}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\alpha}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\alpha}_z \circ \vec{e}_z)$,

ahol az alakváltozási vektorok az alábbi alakúak:

$$\vec{\alpha}_x = \varepsilon_x \vec{e}_x + \frac{1}{2} \gamma_{yx} \vec{e}_y + \frac{1}{2} \gamma_{zx} \vec{e}_z,$$

$$\vec{\alpha}_y = \frac{1}{2}\gamma_{xy}\vec{e}_x + \varepsilon_y\vec{e}_y + \frac{1}{2}\gamma\vec{e}_z,$$

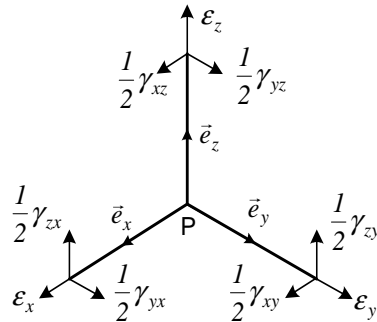
$$\vec{\alpha}_z = \frac{1}{2}\gamma\vec{e}_x + \frac{1}{2}\gamma\vec{e}_y + \varepsilon_z\vec{e}_z.$$

és \circ a diadikus szorzás jele.

b) Az alakváltozási tenzor mátrixa:

$$[\underline{\underline{A}}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

(23) Szemléltesse az alakváltozási tenzort az elemi triéderen!



(24) Hogyan számíthatók az alakváltozási tenzorból az adott \vec{n} és \vec{m} ($\vec{n} \cdot \vec{m} = 0$) egységvektorokkal megadott irányokhoz tartozó fajlagos nyúlások és szögtorzulások?

A fajlagos nyúlások számítása: $\varepsilon_n = \vec{n} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{n}, \quad \varepsilon_m = \vec{m} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{m}.$

A fajlagos szögtorzulások számítása: $\frac{1}{2}\gamma_{nm} = \frac{1}{2}\gamma_{mn} = \vec{n} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{m} = \vec{m} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{n}.$

Az összefüggésekben \cdot a skaláris szorzás jele.

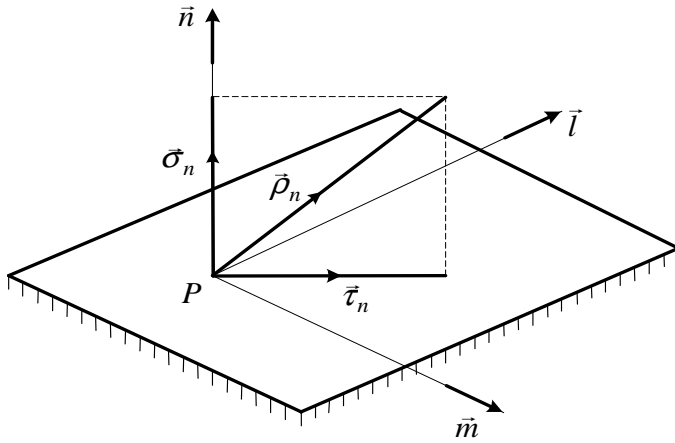
(25) Mi a feszültség?

A feszültségvektor a testben terhelés hatására fellépő, felület mentén megoszló belső erőrendszer sűrűségvektora.

(26) Hogyan számíthatók ki a feszültségvektor összetevői? Az összetevőkre bontást ábrán is szemléltesse!

A normál feszültségi összetevő: $\vec{\sigma}_n = \sigma_n \vec{n} = (\vec{n} \cdot \vec{\varrho}_n) \cdot \vec{n}.$

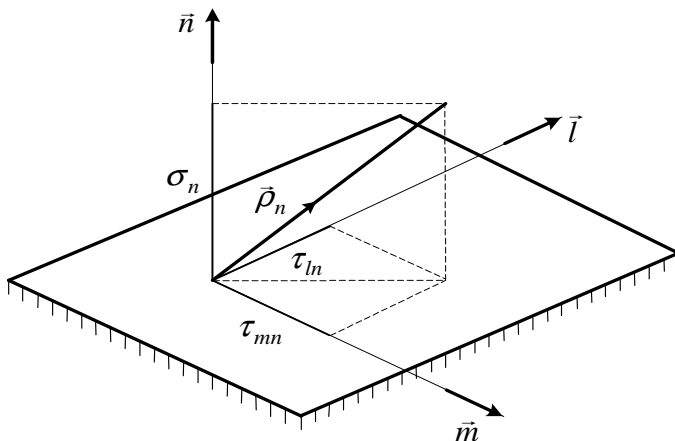
A csúsztató feszültségi összetevő: $\vec{\tau}_n = \vec{\varrho}_n - \sigma_n \vec{n} = (\vec{n} \times \vec{\varrho}_n) \times \vec{n}.$



(27) Hogyan számíthatók ki a feszültségvektor koordinátái? A koordinátákra bontást ábrán is szemléltesse!

A normál feszültség koordináta: $\sigma_n = \vec{n} \cdot \vec{\sigma}_n = (\vec{n} \cdot \vec{\varrho}_n)$.

A csúsztató feszültségi koordináták: $\tau_{mn} = \vec{m} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{m} \cdot \vec{\tau}_n$, $\tau_{ln} = \vec{l} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{l} \cdot \vec{\tau}_n$.



(28) Adja meg a feszültségi tenzor definícióját diadikus alakban és írja fel a feszültségi tenzor mátrixát derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!

a) A feszültségi tenzor diadikus alakban: $\underline{\underline{F}} = (\vec{\varrho}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\varrho}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\varrho}_z \circ \vec{e}_z)$,

ahol a feszültségi vektorok az alábbi alakúak:

$$\vec{\varrho}_x = \sigma_x \vec{e}_x + \tau_{yx} \vec{e}_y + \tau_{zx} \vec{e}_z,$$

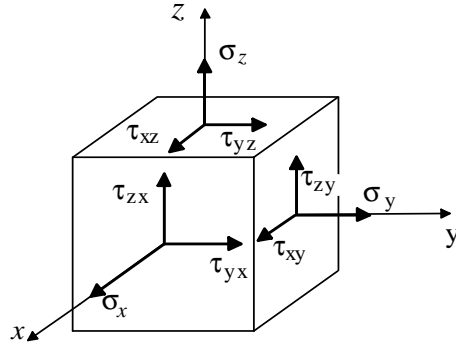
$$\vec{\varrho}_y = \tau_{xy} \vec{e}_x + \sigma_y \vec{e}_y + \tau_{zy} \vec{e}_z,$$

$$\vec{\varrho}_z = \tau_{xz} \vec{e}_x + \tau_{yz} \vec{e}_y + \sigma_z \vec{e}_z.$$

b) A feszültségi tenzor mátrixa:

$$[\underline{\underline{F}}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

(29) Szemléltesse az $\underline{\underline{F}}$ feszültségi tenzort az elemi kockán!



- (30) Hogyan számíthatók a feszültségi tenzorból az adott \vec{n} normálisú síkon fellépő σ_n és τ_{mn} feszültség koordináták?

A normál feszültségi koordináta:

$$\sigma_n = \vec{n} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{n} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}$$

A csúsztató feszültségi koordináta: $\tau_{mn} = \tau_{nm} = \vec{m} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{n} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{m} = \vec{m} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}$.

Az összefüggésekben \cdot a skaláris szorzás jele.

- (31) Adja meg a feszültségi főirányok és főfeszültségek értelmezését!

Ha az \vec{e} egységvektorra \perp elemi felületen $\vec{\tau}_e = \vec{0}$ és ebből következően $\vec{\varrho}_e = \sigma_e \vec{e}$, akkor az \vec{e} feszültségi főtengely (feszültségi főirány) és σ_e főfeszültség, valamint az \vec{e} -re \perp elemi felület síkja főfeszültségi sík.

Megjegyzések:

- A σ_e is lehet zérus ($\vec{\varrho}_e = \vec{0}$).

- Minden P pontban létezik legalább három főirány, amelyek kölcsönösen merőlegesek egymásra.

- (32) Írja fel a feszültségi tenzor főtengely problémáját sajátértékfeladatként!

Kérdés: Van-e olyan \vec{e} irány, amelyre fennállnak az alábbi összefüggések?

$$\begin{aligned} \vec{\varrho}_e &= \sigma_e \vec{e}, \\ \underline{\underline{F}} \cdot \vec{e} &= \sigma_e \underline{\underline{E}} \cdot \vec{e}, \\ (\underline{\underline{F}} - \sigma_e \underline{\underline{E}}) \cdot \vec{e} &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Válasz: mindig van legalább három ilyen \vec{e} irány.

- (33) Írja fel a feszültségi tenzor főtengely (sajátérték) feladatának karakterisztikus egyenletét és adja meg a feszültségi tenzor skalár invariánsait!

Karakterisztikus egyenlet:

$$\sigma_e^3 - F_I \sigma_e^2 + F_{II} \sigma_e - F_{III} = 0.$$

A feszültségi tenzor első skalár invariánsa: $F_I = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$.

A feszültségi tenzor második skalár invariánsa:

$$F_{II} = \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix}.$$

A feszültségi tenzor harmadik skalár invariánsa:
$$F_{III} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}.$$

(34) Értelmezze az $[\underline{\underline{F}}]$ feszültségi tenzor és az $[\underline{\underline{A}}]$ alakváltozási tenzor deviátor tenzorait!

(a) A feszültségi deviátor tenzor:
$$\underline{\underline{F}}_d = \underline{\underline{F}} - \sigma_k \underline{\underline{E}},$$

ahol $\sigma_k = \frac{F_I}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$ a közepes feszültség.

(b) Az alakváltozási deviátor tenzor:
$$\underline{\underline{A}}_d = \underline{\underline{A}} - \varepsilon_k \underline{\underline{E}},$$

ahol $\varepsilon_k = \frac{A_I}{3} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{3}$ a közepes nyúlás.

(35) Ismertesse a feszültségi és az alakváltozási tenzor deviátoros és gömbi részre történő felbontását. Adja meg az egyes részek fizikai (geometriai) tartalmát és a feszültségi deviátor fontos tulajdonságát!

Felbontás:
$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}_d + \sigma_k \underline{\underline{E}}, \quad \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}_d + \varepsilon_k \underline{\underline{E}}.$$

Az $\underline{\underline{F}}_d$ és $\underline{\underline{A}}_d$ deviátoros részek az alakváltozás tiszta torzulási részét jellemzik.

A $\sigma_k \underline{\underline{E}}$ és $\varepsilon_k \underline{\underline{E}}$ gömbi részek az alakváltozás tiszta térfogatváltozási részét jellemzik.

A feszültségi deviátor tenzor első skalár invariánsa zérus: $F_{dI} = 0$.

(36) Adja meg a fajlagos alakváltozási energia értelmezését, kiszámítását, fizikai tartalmát és legfontosabb tulajdonságát!

Értelmezés és kiszámítás:

$$\begin{aligned} u(\vec{r}) &= \underline{\underline{F}} \cdot \cdot \underline{\underline{A}} = \frac{1}{2} (\vec{\rho}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\rho}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\rho}_z \circ \vec{e}_z) \cdot \cdot (\vec{\alpha}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\alpha}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\alpha}_z \circ \vec{e}_z) = \\ &= \frac{1}{2} (\vec{\rho}_x \cdot \vec{\alpha}_x + \vec{\rho}_y \cdot \vec{\alpha}_y + \vec{\rho}_z \cdot \vec{\alpha}_z) = \\ &= \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}). \end{aligned}$$

ahol a $\cdot \cdot$ a kétszeres skaláris szorzás jele.

Az $u(\vec{r})$ fajlagos alakváltozási energia megadja a test \vec{r} helyén lévő egységnyi térfogatban felhalmozott alakváltozási energiát.

Tulajdonság: a $u(\vec{r})$ fajlagos alakváltozási energia pozitív skalár mennyiség.

- (37) Adja meg a fajlagos alakváltozási energia felbontását tiszta torzulási és tiszta térfogatváltozási részre és ismertesse az egyes részek kiszámítási módját!

Felbontás: $u(\vec{r}) = u_T + u_V$.

A fajlagos torzulási energia:

$$u_T = \frac{1}{2G} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)] \geq 0.$$

A fajlagos térfogatváltozási energia: $u_V = \frac{1}{6} A_I F_I = \frac{1}{12G} \frac{1-2\nu}{1+\nu} F_I^2 \geq 0.$

- (38) Ismertesse a mechanikai energia tétel alkalmazását rugalmas testek szilárdságtani feladataira!

A mechanikai energia tétel:

$$E_2 - E_1 = W_{12} = W_K + W_B,$$

- ahol: - E_1 a rendszer (test) mozgási (kinetikai) energiája a terhelés előtt,
 - E_2 a rendszer (test) mozgási (kinetikai) energiája a terhelés után,
 - W_{12} a külső és belső erők munkája a terhelés során (az 1 és 2 állapot között),
 - W_K a külső erők munkája a terhelés során (az 1 és 2 állapot között),
 - W_B a belső erők munkája a terhelés során (az 1 és 2 állapot között).

A szilárdságtanban: $E_1 = E_2 = 0$, ezért:

$$W_{12} = W_K + W_B = 0, \text{ azaz } W_K = -W_B = U + W_D,$$

- ahol: - U a rendszerben (testben) felhalmozott rugalmas alakváltozási energia és
 - W_D a disszipációs (elnyelt) energia.

Rugalmas alakváltozás esetén: $W_D = 0$, ezért: $W_K = U$.

- (39) Mi a méretezés, ellenőrzés célkitűzése?

Annak elérése, hogy a szerkezet rendeltetésszerű használat esetén előírt ideig és előírt biztonsággal az adott terhelést elviselje anélkül, hogy benne károsodás lépne fel.

- (40) Adja meg a redukált (egyenértékű) feszültség definícióját!

Olyan feszültség, amely a pontbeli feszültségi állapotot tönkremenetel szempontjából egyértelműen jellemzi.

A redukált feszültség bevezetésével a tetszőleges térbeli feszültségi állapotot egytengelyű feszültségi állapotra vezetjük vissza.

- (41) Ismertesse a Coulomb-féle elméletet! Hogyan értelmezzük a Coulomb-féle redukált feszültséget?

A Coulomb-féle elmélet szerint egy feszültségi állapot akkor nem okoz károsodást, ha a feszültségi állapothoz tartozó legnagyobb normál feszültség kisebb az anyag szakítószilárdságánál. A Coulomb elméletet rideg anyagok esetén szokás alkalmazni.

A Coulomb-féle redukált feszültség:

$$\sigma_{red}(Coulomb) = \sigma_{max} = \max(|\sigma_1|, |\sigma_3|),$$

ahol: σ_1 a legnagyobb, σ_3 pedig a legkisebb főfeszültség.

Coulomb szerint a pontbeli feszültségi állapotot károsodás szempontjából a legnagyobb abszolút értékű normál feszültség jellemzi.

- (42) Ismertesse a Mohr-féle elméletet! Hogyan értelmezzük a Mohr-féle redukált feszültséget?

A Mohr-féle elmélet szerint egy feszültségi állapot akkor nem okoz károsodást, ha a feszültségi állapothoz tartozó legnagyobb normál Mohr-kör átmérője kisebb, mint a megengedett feszültség. A Mohr elméletet alakítható anyagok esetén szokás alkalmazni.

A Mohr-féle redukált feszültség:

$$\sigma_{red}(Mohr) = \sigma_1 - \sigma_3,$$

ahol: σ_1 a legnagyobb, σ_3 pedig a legkisebb főfeszültség.

Mohr szerint a pontbeli feszültségi állapotot károsodás szempontjából a legnagyobb Mohr kör átmérője jellemzi.

- (43) Ismertesse a Huber-Mises-Hencky-féle elméletet! Hogyan értelmezzük a Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültséget?

A Huber-Mises-Hencky-féle elmélet szerint két feszültségi állapot károsodás szempontjából akkor egyformán veszélyes, ha torzulási alakváltozási energiájuk megegyezik. A Huber-Mises-Hencky-féle elméletet alakítható anyagok esetén szokás alkalmazni.

A Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültség:

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]},$$

vagy

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]},$$

ahol: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ főfeszültségek,

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ normál feszültségek,

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ csúsztató feszültségek.

A Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültség arányos az u_T fajlagos torzulási energiával.

- (44) Adja meg a rugalmas test állapotát jellemző mezőket!

$\vec{u} = \vec{u}(x, y, z)$ elmozdulási vektormező,

$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}(x, y, z)$ alakváltozási tenzormező,

$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}(x, y, z)$ feszültségi tenzormező,

$u = u(x, y, z)$ fajlagos alakváltozási energiamező.

- (45) Írja fel a szilárd testre vonatkozó egyensúlyi egyenletet koordináta rendszertől független vektoriális alakban és adja meg a skaláris egyenleteket x, y, z derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!

Vektoriális alak:

$$\underline{\underline{F}} \cdot \nabla + \vec{q} = \vec{0},$$

ahol: $\underline{\underline{F}}$ a feszültségi tenzor,

∇ a Hamilton-féle differenciál operátor és

\vec{q} a térfogati terhelés sűrűségvektora.

Skaláris egyenletek x, y, z koordináta-rendszerben:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + q_x &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + q_y &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + q_z &= 0.\end{aligned}$$

- (46) Vezesse le a szilárd testre vonatkozó egyensúlyi egyenlet koordináta-rendszertől független vektoriális alakját! A levezetéshez készítsen magyarázó ábrát!

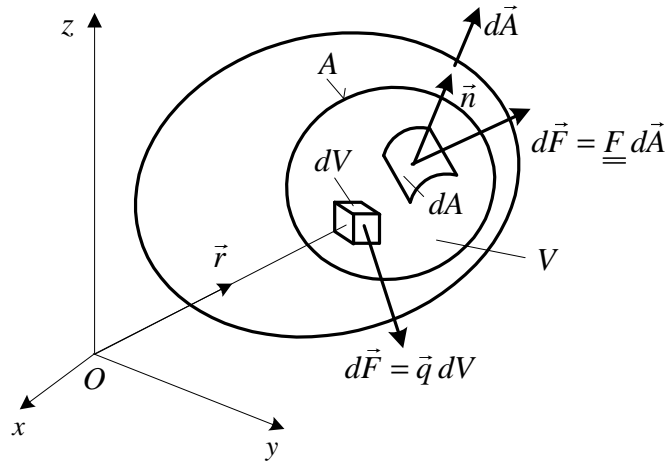
Térfogati erők: $d\vec{F} = \vec{q}dV$, felületi erők: $d\vec{F} = \vec{q}dA = \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}dA$.

A V zárt térfogatra ható erők egyensúlya: $\vec{F} = \vec{0} = \int_{(V)} \vec{q}dV + \int_{(A)} \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}dA$.

A Gauss-Osztrogradszkij-féle integrál átalakítási tétel: $\int_{(A)} \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}dA = \int_{(V)} \underline{\underline{F}} \cdot \nabla dV$.

Ezt felhasználva: $\vec{F} = \vec{0} = \int_{(V)} (\vec{q} + \underline{\underline{F}} \cdot \nabla) dV$.

Az egyensúly bármely V választás mellett teljesül, ezért: $\underline{\underline{F}} \cdot \nabla + \vec{q} = \vec{0}$.



- (47) Adja meg a feszültségi tenzor vektorinvariánsának értelmezését és tulajdonságait!

$$\vec{F}_x = -\frac{1}{2} (\vec{\varrho}_x \times \vec{e}_x + \vec{\varrho}_y \times \vec{e}_y + \vec{\varrho}_z \times \vec{e}_z) = \vec{0},$$

Invariáns: koordináta transzformációval szemben változatlan

A feszültségi tenzor vektorinvariánsa zérus (minden szimmetrikus tenzor vektorinvariánsa zérus).

- (48) Adja meg a derivált tenzormező és az elmozdulásmező, az alakváltozási tenzormező és az elmozdulásmező, valamint a forgató tenzormező és az elmozdulásmező kapcsolatát koordináta rendszertől független alakban!

A derivált tenzor: $\underline{\underline{D}} = \vec{u} \circ \nabla$,

Az alakváltozási tenzor: $\underline{\underline{A}} = \frac{1}{2}(\vec{u} \circ \nabla + \nabla \circ \vec{u})$,

A forgató tenzor: $\underline{\underline{\Psi}} = \frac{1}{2}(\vec{u} \circ \nabla - \nabla \circ \vec{u})$,

ahol: \vec{u} az elmozdulási vektormező,

∇ a Hamilton-féle differenciál operátor és \circ a diadikus szorzás jele.

- (49) Írja fel az alakváltozási jellemzők és az elmozdulás-koordináták közötti kapcsolatot skaláris alakban!

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \gamma_{zy} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}. \end{aligned}$$

- (50) Adja meg a homogén, izotróp, lineárisan rugalmas test (anyag) definícióját!

Homogén: Az anyagi tulajdonságok a test minden pontjában azonosak, nem függenek a helytől.

Izotróp: Az anyagi tulajdonságok nem függenek az iránytól.

Lineárisan rugalmas: Ha a feszültségek és az alakváltozási jellemzők között lineáris függvénykapcsolat áll fenn.

- (51) Írja fel az általános Hooke törvény izotróp anyagra vonatkozó mindkét tenzoriális alakját és adja meg az egyenletekben szereplő mennyiségek jelentését!

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{2G}(\underline{\underline{F}} - \frac{\nu F_I}{1 + \nu} \underline{\underline{E}}), \quad \underline{\underline{F}} = 2G(\underline{\underline{A}} + \frac{\nu A_I}{1 - 2\nu} \underline{\underline{E}}),$$

ahol: $\underline{\underline{A}}$ az alakváltozási tenzor, $\underline{\underline{F}}$ a feszültségi tenzor, $\underline{\underline{E}}$ az egység tenzor,

G a csúsztató rugalmassági modulus, ν a Poisson tényező,

F_I a feszültségi tenzor első skalár invariánsa és

A_I az alakváltozási tenzor első skalár invariánsa.

- (52) Vezesse le az E rugalmassági modulus és a G csúsztató rugalmassági modulus közötti kapcsolatot!

Egytengelyű feszültségi állapot esetén: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu\varepsilon_z$.

Az egyszerű Hooke törvény: $\sigma_z = E\varepsilon_z$.

Az általános Hooke törvény:
$$\begin{aligned} \sigma_z &= 2G[\varepsilon_z + \frac{\nu}{1 - 2\nu}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)] = \\ &= 2G[\varepsilon_z + \frac{\nu}{1 - 2\nu}(-\nu\varepsilon_z - \nu\varepsilon_z + \varepsilon_z)] = \\ &= 2G[\varepsilon_z + \nu\varepsilon_z] = 2G(1 + \nu)\varepsilon_z. \end{aligned}$$

Az egyszerű és az általános Hooke törvényt összevetve: $E = 2G(1 + \nu)$.

- (53) Írja fel az általános Hooke törvényt ortotróp anyagra mátrixos alakban és adja meg az egyenletekben szereplő mennyiségek jelentését!

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix}$$

ahol: E_1, E_2, E_3 az 1, 2, 3 irányú húzáshoz tartozó rugalmassági modulus,
 G_{12}, G_{23}, G_{13} a csúsztató rugalmassági modulusok,
 $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$ a Poisson tényezők.

Például ν_{12} az 1 irányú nyúláshoz tartozó 2 irányú kontrakciót határozza meg.

- (54) Adja meg a rugalmasságtan egyenletrendszer esetén az egzakt és a közelítő megoldás fogalmát!

Egzakt megoldás esetén a keresett \vec{u} , \underline{A} , \underline{F} mezők az egyenletrendszer és a peremfeltételek minden egyenletét kielégítik.

Közelítő megoldás esetén a keresett \vec{u} , \underline{A} , \underline{F} mezők az egyenletrendszer és a peremfeltételek nem minden egyenletét elégítik ki.

- (55) A mechanikában milyen testeket (alkatrészeket) tekintünk rúdnak? Mi a rúd mechanikai modellje?

A mechanikában rúdnak olyan testet tekintünk, amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

A rúd mechanikai modellje a rúd középvonala (súlyponti szála). A rúd középvonalához kötjük a rúd mechanikai viselkedését jellemző mennyiségeket.

- (56) Adja meg a rúd középvonalának és keresztmetszetének a definícióját!

Középvonal: A rúdkeresztmetszetek súlypontjai által meghatározott vonal.

Keresztmetszet: A rúd legnagyobb méretére merőleges metszet.

- (57) Milyen esetben beszélünk prizmatikus rúdról?

1. definíció: Prizmatikus rúdról abban az esetben beszélünk, ha a rúd keresztmetszeteinek az alakja és térbeli elhelyezkedése a rúd hossza mentén nem változik.

2. definíció: Prizmatikus az az egyenes középvonalú rúd, amelynek keresztmetszetei állandó alakúak és a középvonal mentén párhuzamos eltolással egymásba tolhatók.

- (58) Definiálja az egytengelyű feszültségi állapotot! Milyen egyszerű igénybevétel esetén alakul ki a rúdban egytengelyű feszültségi állapot?

Egy P pontbeli feszültségi állapot egytengelyű, ha az egy nullától különböző főfeszültséggel jellemezhető.

Egytengelyű feszültségi állapot alakul ki húzás-nyomásnál és egyenes hajlításkor.

- (59) Adja meg síkgörbe rudak Grashof-féle elméletének kiinduló feltételezéseit!

- A rúd középvonala terhelés előtt ϱ_0 sugarú, terhelés után ϱ sugarú körív.
- a rúd prizmatikus és keresztmetszetei az η tengelyre szimmetrikusak.
- A rúd igénybevétele tiszta hajlítás.
- A rúdban a terhelés hatására egytengelyű feszültségi állapot lép fel.

- (60) Adja meg síkgörbe rudak Grashof-féle elméleténél az alakváltozásra vonatkozó feltételezéseket!

- Az alakváltozás során a síkgörbe rúd keresztmetszetei síkok maradnak és merőlegesek maradnak a rúd deformálódott középvonalára.
- Az alakváltozás során a síkgörbe rúd ϱ_0 sugarú középvonala ϱ sugarú körívvé görbül.

- (61) Írja fel a Grashof formulát!

$$\sigma_{\zeta} = \frac{M_{hx}}{\varrho_0 A} + \frac{M_{hx}}{I_r} \frac{\varrho_0}{\varrho_0 + \eta} \eta ,$$

ahol: $I_r = \int_{(A)} \frac{\varrho_0}{\varrho_0 + \eta} \eta^2 dA$ a keresztmetszet ξ tengelyre számított redukált másodrendű nyomatéka.

- (62) Írja le a Grashof elmélet alkalmazhatósági tartományait!

- Ha $\frac{\varrho_0}{e_{max}} < 3 - 4$, akkor a Grashof formulát és I_r -et alkalmazzuk.
- Ha $3 - 4 < \frac{\varrho_0}{e_{max}} < 8 - 10$, akkor a Grashof formulát és I_x -et alkalmazzuk.
- Ha $8 - 10 < \frac{\varrho_0}{e_{max}}$, akkor az egyenes rudakra érvényes képletet és I_x -et alkalmazzuk.

- (63) Írja le a szabad csavarás és a gátolt csavarás értelmezését!

Szabad csavarás esetén a rúd pontjainak tengely irányú elmozdulását semmi nem akadályozza.

Gátolt csavarásnál a rúd pontjai nem mozdulhatnak el szabadon a tengely irányában.

- (64) Foglalja össze a tetszőleges keresztmetszetű prizmatikus rudak szabad csavarásánál kapott eredményeket!

Prizmatikus rudak szabad csavarási feladata visszavezethető egy $U(x, y)$ feszültségfüggvény meghatározására.

Az $U(x, y)$ Prandtl-féle feszültségfüggvénynek ki kell elégítenie:

- a Poisson-féle parciális differenciál egyenletet: $\Delta U = -2G\vartheta$,

ahol Δ a Laplace-féle differenciál operátor,
 G a csúsztató rugalmassági modulus és
 ϑ a fajlagos szögelfordulás.

- a peremfeltételt: $U|_{g_0} = 0$.

- (65) Írja fel, hogyan számítható ki a csúsztató feszültség összetett vékonyfalú nyitott szelvény szabad csavarásánál!

$$\tau_{sz} = \frac{M_c}{I_c} 2\xi,$$

ahol $I_c = \sum_{i=1}^n \frac{b_i v_i^3}{3}$ és b_i az i jelű rész-szelvény hosszúsági mérete,
 v_i az i jelű rész-szelvény vastagsági mérete.

- (66) Írja fel, hogyan számítható ki a csúsztató feszültség vékonyfalú zárt szelvény szabad csavarásánál!

$$\tau_{sz} = \frac{M_c}{2A_k v},$$

ahol A_k a szelvény középvonala által határolt terület és v a szelvény vastagsága.

- (67) Írja le a sík alakváltozás értelmezését!

Sík alakváltozásról beszélünk, ha a vizsgált testnek van egy kitüntetett síkja, amellyel párhuzamos valamennyi sík alakváltozása azonos és a síkok távolsága sem változik.

- (68) Ismertesse azokat a feltételeket, amelyek teljesülése szükséges a sík alakváltozás kialakulásához!

- A kitüntetett síkra merőleges méret lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.
- A terhelés párhuzamos a kitüntetett síkkal és a legnagyobb kiterjedés (a z tengely) irányában kontans.
- A síkok távolságának változatlanságát külső kényszer biztosítja.

- (69) Írja fel az alakváltozási és a feszültségi tenzort (a nem zérus elemek feltüntetésével) sík-alakváltozás esetén!

$$[\underline{A}] = [\underline{A}(x, y)] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [\underline{F}] = [\underline{F}(x, y)] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix},$$

$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ nem független feszültség koordináta.

- (70) Adja meg a tárcsa feladat (általánosított sík feszültségi feladat) értelmezését!

Általánosított sík feszültségi állapot olyan testekben alakul ki, amelyeknek egyik mérete lényegesen kisebb, mint a másik kettő, ahol értelmezhető középsík és ahol a terhelés vastagság mentés vett eredője a középsíkba eső erőrendszer.

(71) Ismertesse azokat a feltételeket, amelyek teljesülés szükséges a sík feszültségi állapot kialakulásához! !

- $b \ll$ a test más méreteinél,
- a $z = 0$ középfelület sík,
- a terhelésben nincsenek z irányú erők,
- az xy síkkal párhuzamos erők eredője az xy síkba esik.
- a $z = \pm \frac{b}{2}$ felületek terheletlenek.

(72) Ismertesse általánosított sík feszültségi állapot esetén a feszültségekre vonatkozó feltételezéseket!

- a $z = \pm \frac{b}{2}$ felületek terheletlenek $\Rightarrow \sigma_z|_{z=\pm \frac{b}{2}} = 0$,
- ha b kicsi, akkor a σ_z nemcsak a felületeken, hanem a többi helyen is nulla,
- a $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ a z páros függvényei,
- a τ_{zy} és τ_{zx} a z páratlan függvényei.

(73) Adja meg általánosított sík feszültségi állapot esetén az élerők (felületi feszültségek) és az átlagos feszültségek értelmezését!

$$N_x = b \bar{\sigma}_x = \int_{(b)} \sigma_x dz, \quad N_y = b \bar{\sigma}_y = \int_{(b)} \sigma_y dz,$$

$$N_{xy} = N_{yx} = b \bar{\tau}_{xy} = b \bar{\tau}_{yx} = \int_{(b)} \tau_{xy} dz = \int_{(b)} \tau_{yx} dz,$$

$$N_z = b \bar{\sigma}_z = 0, \quad N_{xz} = b \bar{\tau}_{xz} = 0, \quad N_{yz} = b \bar{\tau}_{yz} = 0.$$

(74) Adja meg a forgásszimmetrikus (tengelyszimmetrikus) feladat definícióját és a definíciónak a test elmozdulási állapotára vonatkozó következményét!

Definíció: A vizsgált test geometriája és terhelése is szimmetrikus.
Ennek következtében a test pontjai a meridiánsíkban mozdulnak el.

(75) Írja le, hogy mi a hasonlóság a sík alakváltozási és az általánosított sík feszültségi feladat között!

- mindkét feladat két elmozdulásmezővel jellemezhető: $u = u(x, y), v = v(x, y)$.
- mindkét feladatban három független alakváltozási jellemző szerepel: $\varepsilon_x(x, y), \varepsilon_y(x, y), \gamma_{xy}(x, y)$.
- mindkét feladatban három független feszültségi koordináta szerepel: $\sigma_x(x, y), \sigma_y(x, y), \tau_{xy}(x, y)$.
- Minden mennyiség csak két helykoordinátra függvénye: x, y , vagy R, φ .
- azonos alakúak a geometriai (kinematikai) és az egyensúlyi egyenletek.

(76) Írja le, hogy mi a különbség a sík alakváltozási és az általánosított sík feszültségi feladat között!

- a sík alakváltozásnál pontbeli jellemzőket használunk,
- az általánosított sík feszültségi feladatnál vastagság menti átlagos jellemzőket használunk,
- a sík alakváltozási feladatnál a $\sigma_z \neq 0$, a sík feszültségi feladatnál a $\bar{\varepsilon}_z \neq 0$, és ezek nem független jellemző mennyiségek,

- különbözik az anyagegyenletek alakja.

- (77) Milyen mechanikai feladatok szuperpozíciójával állíthat elő a vastagfalú cső feladata? Hogyan számítható ki a nyitott és a zárt vastagfalú csőben fellépő tengely irányú normál feszültség?

A vastagfalú cső feladata egy sík alakváltozási feladat és egy húzás-nyomási feladat szuperpozíciójával állítható elő: $\sigma_R = \sigma'_R$, $\sigma_\varphi = \sigma'_\varphi$, $\sigma_z = \sigma'_z + \sigma''_z$. A ' jel a sík alakváltozási, a '' jel a húzás-nyomási feladathoz fellépő mennyiségeket jelöli.

Nyitott cső: $\sigma_z = 0$, ezért $\sigma''_z = \sigma'_z$.

Zárt cső: $\sigma_z = \frac{p_B R_B^2 \pi - p_K R_K^2 \pi}{R_K^2 \pi - R_B^2 \pi}$, itt a σ''_z -nek akkorának kell lennie, hogy a σ'_z -höz hozzáadva a σ_z -t kapjuk.

- (78) Fogalmazza meg vastag kettősfalú cső optimális kialakításának feladatát!

Adott: $R_B, R_K, p_K, \sigma_{meg B}, \sigma_{meg K}$.

Kérdés: hogyan kell a $\rho_B \approx \rho_K$, azaz a $\bar{\psi}_K$ értékét megválasztani, hogy a p_B belső nyomás a maximális legyen.

- (79) Adja meg a héj értelmezését, valamint a héj középfelületének definícióját!

Héj: olyan test, amelynek egyik mérete (a vastagsága) lényegesen kisebb, mint a másik kettő; értelmezhető középfelület és ez nem sík.

Héj középfelülete: a vastagsági méret felezéspontjai által alkotott felület.

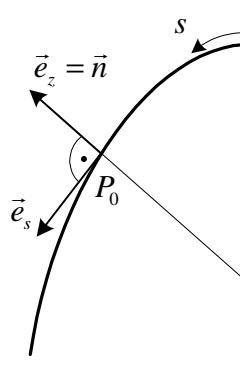
- (80) Adja meg a forgásszimmetrikus héj értelmezését, valamint a meridián-metszet és a normál-metszet fogalmát! A válaszhoz rajzoljon szemléltető ábrát!

Forgásszimmetrikus egy héj, ha a héj középfelülete forgásfelület és héj terhelése is forgásszimmetrikus.

$\vec{e}_z = \vec{n}$ - a középfelület normálisa.

Meridián metszet: a forgástengelyre illesztett síkkal előállított metszet: $[\vec{e}_z, \vec{e}_s]$.

Normál metszet: az \vec{e}_φ és \vec{e}_z egységvektorokra illesztett síkkal előállított metszet.



- (81) Jellemezze forgáshéjak membrán állapotát!

- A feszültségek a héj vastagsága mentén nem változnak.
- A mechanikai mennyiségek csak az s ívkoordináta függvényei.

- (82) Adja meg a lemez értelmezését, valamint a lemez középfelületének elmozdulását!

A lemez olyan test, amelynek egyik mérete lényegesen kisebb, mint a másik kettő, értelmezhető középsík és a terhelés a középsíkra merőleges.

A középfelület pontjainak elmozdulása: $\vec{u}(x, y) = w_0(x, y)\vec{e}_z$.

- (83) Ismertesse a Kirchhoff-féle hipotézist és következményeit, valamint a feszültségekre vonatkozó kiegészítő feltételezést!

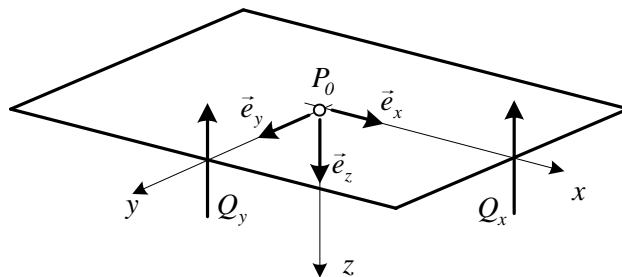
A Kirchhoff-féle hipotézis szerint a lemez középfelületének normálisai az alakváltozott középfelület normálisai maradnak és a normálisokon levő pontok távolsága nem változik.

A Kirchhoff-féle hipotézisből következően: $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$, illetve $\varepsilon_z = 0$.

Kiegészítő feltételezés: $\sigma_z \approx 0$.

- (84) A Kirchhoff-féle lemezelmélet esetén adja meg a zérustól különböző vastagság menti eredő erők (élerők) értelmezését és szemléltesse az élerőket!

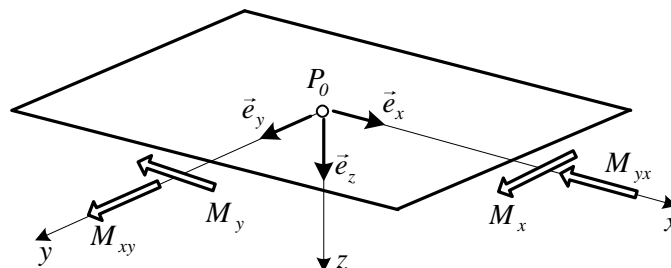
Zérustól különböző élerők: $Q_x = -\int_{(b)} \tau_{zx} dz$, $Q_y = -\int_{(b)} \tau_{zy} dz$,



- (85) A Kirchhoff-féle lemezelmélet esetén adja meg a zérustól különböző vastagság menti eredő nyomatékok (élnyomatékok) értelmezését és szemléltesse az élnyomatékokat!

Zérustól különböző élnyomatékok:

$M_x = \int_{(b)} z \sigma_x dz$, $M_y = \int_{(b)} z \sigma_y dz$, $M_{xy} = M_{yx} = \int_{(b)} z \tau_{xy} dz = \int_{(b)} z \tau_{yx} dz$.



- (86) Szemléltesse lemezek esetén a zérustól különböző feszültségkoordináták vastagság menti eloszlását!

