Széchenyi István Egyetem	Alkalmazott Mechanika Tanszék

Végeselem analízis	Elméleti kérdések egyetemi mesterképzésben (MSc) résztvevő járműmérnöki, mechatronikai mérnök és logisztikai mérnök szakos hallgatók számára

2012. február 26.

1. Mit értünk egy test pontjainak elmozdulásvektorán? Válaszát szemléltesse egy ábra segítségével. Adja meg a felhasznált fizikai mennyiségek elnevezését!
2. Mi a kapcsolat egy test pontjainak elmozdulását leíró $\vec{\chi}\,(\vec{r})$ függvény és a $\underline{\underline{D}}$ deriválttenzor között? Válaszát indokolja ábrával és a szükséges összefüggések felírásával! Adja meg a felhasznált fizikai mennyiségek elnevezését!
3. Hogyan bontható szét a deriválttenzor alakváltozási és merev test szerű forgást leíró részre? Adja meg, hogy az egyes részek milyen tulajdonságokkal rendelkeznek!
4. Írja fel az alakváltozási tenzort az u, v és w elmozdulásvektor deriváltjainak segítségével az xyz koordináta-rendszerben!
5. Írja fel a kinematikai egyenletet tenzoregyenlet és skaláregyenletek formájában is!
6. Írja fel egy szilárd test erőkre vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakját. Az egyenletben felhasznált mennyiségeket szemléltesse egy ábrán.
7. Írja fel egy szilárd test nyomatékokra vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakját. Az egyenletben felhasznált mennyiségeket szemléltesse egy ábrán.
8. Mit mond ki a Cauchy-hipotézis? Válaszát indokolja!
9. Egy test elemi térfogatának egyensúlyát felhasználva vezesse le a test felületén megoszló terhelés ($\vec{p}\,(\vec{r})$) és a feszültségtenzor ($\underline{\underline{F}}$) közötti összefüggést!
10. Egy test erőkre vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakjából kiindulva vezesse le az erőkre vonatkozó egyensúlyi egyenlet differenciális alakját! Írja fel a kapott egyenletet vektor- és skaláregyenletek formájában is!
11. Írja fel a Hooke-törvényt tenzor- illetve skaláregyenletek alakjában. Milyen feltételek mellett érvényes a Hooke-törvény?
12. Írja fel azt a skalár egyenletrendszert, amely segítségével a lineáris rugalmasságtani feladat megoldható!
13. Írja fel a lineáris rugalmasságtani feladat ismeretlen függvényeit! Adja meg az egyes ismeretlen függvények elnevezését!

14. Adja meg a lineáris rugalmasságtani feladat peremfeltételeit. A peremfeltételeket szemléltesse ábra segítségével.

15. Definiálja a kinematikailag lehetséges elmozdulásmezőt! Mit értünk kinematikailag lehetséges alakváltozás és kinematikailag lehetséges feszültségmező alatt?

16. A kinematikailag lehetséges elmozdulásmezővel és az abból származtatott alakváltozással és feszültséggel felírt lineárisan rugalmas peremérték feladat egyenletei és peremfeltételei közül melyek teljesülnek, és melyek nem?

17. Milyen feltételek mellett mondhatjuk, hogy egy kinematikailag lehetséges feszültségmező megegyezik az egzakt megoldással?

18. Definiálja a statikailag lehetséges feszültségmezőt! Mit értünk statikailag lehetséges alakváltozás alatt?

19. A statikailag lehetséges feszültségmező illetve az abból származtatható alakváltozás és a statikailag lehetséges elmozdulásmező segítségével felírt lineárisan rugalmas peremérték feladat egyenletei és peremfeltételei közül melyek teljesülnek és melyek nem?

20. Milyen feltételek mellett mondhatjuk, hogy egy statikailag lehetséges elmozdulásmező és alakváltozási mező megegyezik az egzakt megoldással?

21. Definiálja a virtuális elmozdulásmezőt! Milyen tulajdonságokkal rendelkezik a virtuális elmozdulásmező?

22. Definiálja az elmozdulásmező variációját! Milyen tulajdonságokkal rendelkezik az elmozdulásmező variációja?

23. Definiálja a kinematikailag lehetséges elmozdulásmezőt!

24. Egy rugalmas test $\underline{\underline{\bar{F}}} \cdot \nabla + \vec{f} = \vec{0}$ egyensúlyi egyenletéből kiindulva vezesse le a virtuális munka elvét!

25. Az $\int_{(V)} \underline{\underline{\bar{F}}} \cdot\cdot \underline{\underline{A}}^{*} dV - \int_{(A_u)} \vec{u}_0 \cdot \underline{\underline{\bar{F}}} \cdot \vec{n}\, dA - \int_{(A_p)} \vec{u}^{*} \cdot \vec{p}_0 dA - \int_{(V)} \vec{u}^{*} \cdot \vec{f} dV = 0$ virtuális munka elvéből kiindulva vezesse le a virtuális elmozdulás elvet!

26. Írja fel a virtuális elmozdulás elvét. A virtuális elmozdulás elvében a rugalmasságtan egyenletrendszeréből mely egyenletek szerepelnek, és melyek nem?

27. Definiálja egy lineárisan rugalmas test alakváltozási energiáját és a rá ható felületi és térfogati terhelések munkáját!

28. Definiálja a teljes potenciális energiát! Adja meg a potenciális energia egyes tagjainak kiszámítási módját (képletét).

29. Az elmozdulásmező $\delta\vec{u}$ variációjának segítségével számítsa ki az alakváltozási mező $\delta\underline{\underline{A}}$ variációját!

30. Az alakváltozás $\delta\underline{\underline{A}}$ variációjának ismeretében számítsa ki a feszültségmező $\delta\underline{\underline{F}}$ variációját.

31. Mit mond ki a potenciális energia minimuma elv?

32. Bizonyítsa be a potenciális energia minimuma elvet!

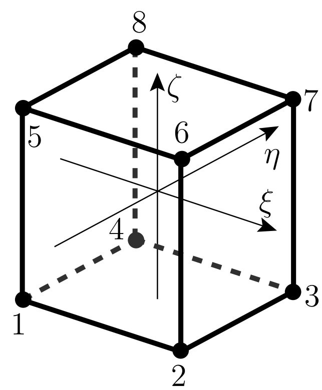
33. Bizonyítsa be, hogy a potenciális energia első variációja tartalmazza az egyensúlyi egyenletet illetve a dinamikai peremfeltételt. Milyen módon teljesülnek itt ezek az egyenletek?

34. Milyen szükséges és milyen elégséges feltételt lehet megfogalmazni ahhoz, hogy a potenciális energiának, mint funkcionálnak, szélső értéke legyen?

35. Mi a Ritz-módszer lényege?

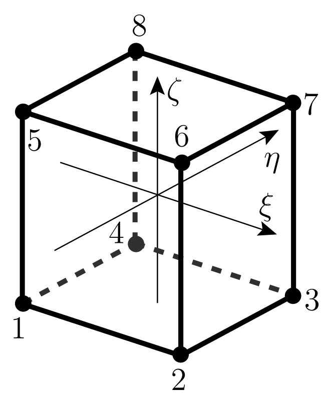
36. Számítsa ki az ábrán látható rúd középvonalának y irányú elmozdulását a z koordináta függvényében. A számításhoz használjon Ritz-módszert és az elmozdulást közelítse másodfokú függvénnyel. Csak a hajlításból származó alakváltozási energiát vegye figyelembe. A megoldás segítségével ($v(z)$ függvény) számítsa ki a rúd igénybevételeit (nyíróerő, hajlítónyomaték). Megegyezik-e a kapott megoldás az egzakt megoldással? Válaszát indokolja. (Ábrák: lásd a házi feladatnál.)

37.



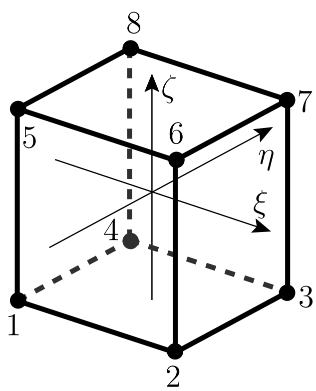
Írja fel az ábrán látható nyolc csomópontú végeselem ? számú csomópontjához tartozó alakfüggvényének képletét!

38.



Adottak egy végeselem csomópontjainak x_i, y_i és z_i koordinátái. Hogyan adható meg a csomópontokhoz tartozó alakfüggvényekkel (közelítő függvényekkel) és a csomópontok koordinátáival a végeselem egy tetszőleges $\xi\eta\zeta$ koordinátájú pontjának x, y és z koordinátája?

39.



Adottak egy végeselem csomópontjainak q_{xi}, q_{yi} és q_{zi} elmozdulásai. Hogyan adható meg a csomópontokhoz tartozó alakfüggvényekkel (közelítő függvényekkel) és a csomópontok elmozdulásaival a végeselem egy tetszőleges $\xi\eta\zeta$ koordinátájú pontjának u, v és w elmozdulása?

40. Adott egy 3D-s nyolc csomópontú végeselem csomóponti elmozdulásvektora $\left(\underline{\underline{q}}^e\right)$. Írja fel a végeselem csomóponti elmozdulásvektorának a mátrixát, valamint azt az $\underline{\underline{N}}$ mátrixot, amellyel megszorozva a $\underline{\underline{q}}^e$ csomóponti elmozdulásvektort az elmozdulásvektor koordinátáiból előállított $\left(\underline{\underline{u}}^e\right)^T = \left[\begin{array}{ccc} u^e & v^e & w^e \end{array}\right]^T$ mátrix számítható! Milyen méretű az $\underline{\underline{N}}$ mátrix?

41. Írja fel azt a mátrixot, amelynek az egy végeselemre vonatkozó elmozdulásvektor koordinátákból előállított $\left(\underline{\underline{u}}^e\right)^T = \left[\begin{array}{ccc} u^e & v^e & w^e \end{array}\right]^T$ mátrixszal vett szorzata az alakváltozási koordinátákból álló mátrixot adja meg.

42. Írja fel azt a mátrixot, amelynek az egy végeselemre vonatkozó csomóponti elmozdulásvektorral vett szorzata az alakváltozási koordinátákból álló $\left(\underline{\underline{\varepsilon}}^e\right)^T = \left[\begin{array}{cccccc} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{zx} \end{array}\right]^T$ mátrixot adja meg.

43. Írja fel azt a mátrixot, amelynek az elmozdulásvektor koordinátákból előállított $\left(\underline{\underline{u}}^e\right)^T = \left[\begin{array}{ccc} u^e & v^e & w^e \end{array}\right]^T$ mátrixszal vett szorzata az alakváltozási koordinátákból álló $\left(\underline{\underline{\varepsilon}}^e\right)^T = \left[\begin{array}{cccccc} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{zx} \end{array}\right]^T$ mátrixot adja meg.

44. Írja le hogy hogyan határozható meg az $N_i\left(\xi, \eta, \zeta\right)$ alakfüggvények x, y és z koordináták szerinti deriváltja a ξ, η és ζ szerinti deriváltak felhasználásával! Írja le az egyenleteket mátrixokba rendezve is! Az így kapott mátrix-egyenletben milyen nevezetes mátrix fordul elő?

45. Írja fel azt a mátrixot, amellyel megszorozva az egy végeselemre vonatkozó alakváltozási koordináták $\left(\underline{\underline{\varepsilon}}^e\right)^T = \left[\begin{array}{cccccc} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{zx} \end{array}\right]^T$ oszlopvektorát a feszültségi koordináták $\left(\underline{\underline{\sigma}}^e\right)^T = \left[\begin{array}{cccccc} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{xy} & \tau_{yz} & \tau_{zx} \end{array}\right]^T$ oszlopvektora kapható meg?

46. Adja meg a mátrixok részletes felírása nélkül hogy egy 3D-s végeselemre a csomóponti elmozdulás paraméterek segítségével hogyan számítható ki az elmozdulási koordinátákat tartalmazó $\underline{\underline{u}}^e$ oszlopvektor, az alakváltozási koordinátákat tartalmazó $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ oszlopvektor valamint a feszültség koordinátákat tartalmazó $\underline{\underline{\sigma}}^e$ oszlopvektor!

47. Hogyan számítható ki egy 3D-s végeselem csomóponti elmozdulás koordinátái segítségével a végeselem alakváltozási energiája? A felírt összefüggésben vegye figyelembe, hogy az egyes mennyiségek a lokális koordinátarendszer $\xi\eta\zeta$ változóitól függnek. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!

48. Hogyan számítható ki egy 3D-s végeselem $\underline{\underline{K}}^e$ merevségi mátrixa? Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!

49. Hogyan számítható ki egy 3D-s végeselem csomóponti elmozdulás koordinátái segítségével a végeselemre ható felületi terhelések munkája? A felírt összefüggésben vegye figyelembe, hogy az egyes mennyiségek a lokális koordinátarendszer $\xi\eta\zeta$ változóitól függnek. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!

50. Hogyan számítható ki egy 3D-s végeselem felületi terhelésekből származó $\underline{\underline{f}}_p^e$ tehervektora? Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!

51. Hogyan számítható ki egy 3D-s végeselem csomóponti elmozdulás koordinátái segítségével a végeselemre ható térfogati terhelések munkája? A felírt összefüggésben vegye figyelembe, hogy az egyes mennyiségek a lokális koordinátarendszer $\xi\eta\zeta$ változóitól függnek. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!

52. Hogyan számítható ki egy 3D-s végeselem térfogati terhelésekből származó $\underline{\underline{f}}_f^e$ tehervektora? Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!

53. Hogyan számítható ki egy 3D-s végeselem csomóponti elmozdulásvektorának, merevségi mátrixának valamint tehervektorának segítségével a végeselem potenciális energiája?

54. Írja fel a teljes szerkezet potenciális energiáját a végeselem felosztás után kapott csomóponti elmozdulásvektorral, merevségi mátrixszal és tehervektorral! A felírás során a mátrixok elemeit csoportosítsa aszerint, hogy melyik csomóponthoz tartoznak!

55. Ismertesse, hogy a teljes szerkezet merevségi mátrixában illetve tehervektorában hogyan vehető figyelembe egy csomópont megfogása!

56. Írja fel a teljes szerkezet potenciális energiáját a végeselem felosztás után kapott csomóponti elmozdulásvektorral, merevségi mátrixszal és tehervektorral, ha a szerkezet l-edik csomópontját x, y és z irányban megfogjuk! A felírás során a mátrixok elemeit csoportosítsa aszerint, hogy melyik csomóponthoz tartoznak!

57. Ismertesse, hogy a teljes szerkezet merevségi mátrixában illetve tehervektorában hogyan vehető figyelembe a kinematikai terhelés!

58. Írja fel a teljes szerkezet potenciális energiáját a végeselem felosztás után kapott csomóponti elmozdulásvektorral, merevségi mátrixszal és tehervektorral, ha a szerkezet l-edik csomópontját x, y és z irányban adott elmozdulásértéken tartjuk (azaz kinematikai terhelést alkalmazunk)! A felírás során a mátrixok elemeit csoportosítsa aszerint, hogy melyik csomóponthoz tartoznak!

59. Ismert egy szerkezet $\underline{\underline{K}}$ merevségi mátrixa és $\underline{\underline{f}}$ tehervektora. Írja fel azt az egyenletet, amely segítségével a $\underline{\underline{q}}$ csomóponti elmozdulásvektor meghatározható!

60. Ismertesse, hogy a Bernoulli-féle rúdelmélet milyen feltételezésekből indul ki?

61. Egy prizmatikus rúd alakváltozását a rúd súlyponti szálának $\vec{u}_S$ elmozdulásával és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulásával szeretnénk leírni. Az említett két vektor mely koordinátái lesznek egymástól függetlenek? Hogyan határozhatjuk meg a nem független koordinátákat a független koordináták segítségével?

62. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során hogyan adható meg a rúd egy tetszőleges pontjának elmozdulása, ha ismert a rúd súlyponti szálának $\vec{u}_S$ elmozdulása és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulása?

63. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során hogyan származtathatók a rúd egy tetszőleges pontjában az fajlagos nyúlások és szögtorzulások a rúd súlyponti szálának $\vec{u}_S$ elmozdulása és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulásának felhasználásával? Mely alakváltozási koordináták adódnak a származtatás során nullának?

64. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során hogyan számíthatók ki az igénybevételek és a keresztmetszet méreteinek ismeretében a feszültségtenzor egyes elemei?

65. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során milyen összefüggések írhatók fel a rúd igénybevételei és a rúd súlyponti szálának $\vec{u}_S$ elmozdulása valamint a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulása között?