

Végeselem analízis

**Elméleti kérdések egyetemi
mesterképzésben (MSc) résztvevő
járműmérnöki, mechatronikai
mérnök és logisztikai mérnök szakos
hallgatók számára**

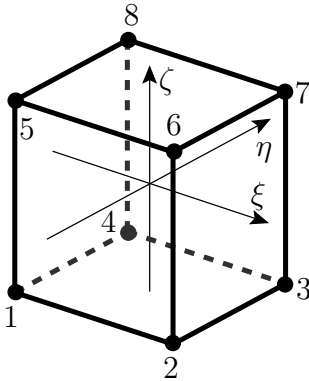
2013. április 9.

1. Mit értünk egy test pontjainak elmozdulásvektorán? Válaszát szemléltesse egy ábra segítségével. Adja meg a felhasznált fizikai mennyiségek elnevezését!
2. Mi a kapcsolat egy test pontjainak elmozdulását leíró $\vec{\chi}(\vec{r})$ függvény és a \underline{D} deriválttenzor között? Válaszát indokolja ábrával és a szükséges összefüggések felírásával! Adja meg a felhasznált fizikai mennyiségek elnevezését!
3. Hogyan bontható szét a deriválttenzor alakváltozási és merev test szerű forgást leíró részre? Adja meg, hogy az egyes részek milyen tulajdonságokkal rendelkeznek!
4. Írja fel az alakváltozási tenzort az u , v és w elmozdulásvektor deriváltjainak segítségével az xyz koordináta-rendszerben!
5. Írja fel a kinematikai egyenletet tenzoregyenlet és skaláregyenletek formájában is!
6. Írja fel egy szilárd test erőkire vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakját. Az egyenletben felhasznált mennyiségeket szemléltesse egy ábrán.
7. Írja fel egy szilárd test nyomatókokra vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakját. Az egyenletben felhasznált mennyiségeket szemléltesse egy ábrán.
8. Mit mond ki a Cauchy-hipotézis? Válaszát indokolja!
9. Egy test elemi térfogatának egyensúlyát felhasználva vezesse le a test felületén megoszló terhelés ($\vec{p}(\vec{r})$) és a feszültségtenzor (\underline{F}) közötti összefüggést!
10. Egy test erőkire vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakjából kiindulva vezesse le az erőkire vonatkozó egyensúlyi egyenlet differenciális alakját! Írja fel a kapott egyenletet vektor- és skaláregyenletek formájában is!
11. Írja fel a Hooke-törvényt tenzor- illetve skaláregyenletek alakjában. Milyen feltételek mellett érvényes a Hooke-törvény?
12. Írja fel azt a skalár egyenletrendszert, amely segítségével a lineáris rugalmasságtani feladat megoldható!
13. Írja fel a lineáris rugalmasságtani feladat ismeretlen függvényeit! Adja meg az egyes ismeretlen függvények elnevezését!

14. Adja meg a lineáris rugalmasságtani feladat peremfeltételeit. A peremfeltételeket szemléltesse ábra segítségével.
15. Definiálja a kinematikailag lehetséges elmozdulásmezőt! Mit értünk kinematikailag lehetséges alakváltozás és kinematikailag lehetséges feszültségmező alatt?
16. A kinematikailag lehetséges elmozdulásmezővel és az abból származtatott alakváltozással és feszültséggel felírt lineárisan rugalmas peremérték feladat egyenletei és peremfeltételei közül melyek teljesülnek, és melyek nem?
17. Milyen feltételek mellett mondhatjuk, hogy egy kinematikailag lehetséges feszültségmező megegyezik az egzakt megoldással?
18. Definiálja a statikailag lehetséges feszültségmezőt! Mit értünk statikailag lehetséges alakváltozás alatt?
19. A statikailag lehetséges feszültségmező illetve az abból származtatható alakváltozás és a statikailag lehetséges elmozdulásmező segítségével felírt lineárisan rugalmas peremérték feladat egyenletei és peremfeltételei közül melyek teljesülnek és melyek nem?
20. Milyen feltételek mellett mondhatjuk, hogy egy statikailag lehetséges elmozdulásmező és alakváltozási mező megegyezik az egzakt megoldással?
21. Definiálja a virtuális elmozdulásmezőt! Milyen tulajdonságokkal rendelkezik a virtuális elmozdulásmező?
22. Definiálja az elmozdulásmező variációját! Milyen tulajdonságokkal rendelkezik az elmozdulásmező variációja?
23. Definiálja a kinematikailag lehetséges elmozdulásmezőt!
24. Egy rugalmas test $\underline{\underline{F}} \cdot \nabla + \vec{f} = \vec{0}$ egyensúlyi egyenletéből kiindulva vezesse le a virtuális munka elvét!
25. Az $\int_{(V)} \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{A}}^* dV - \int_{(A_u)} \vec{u}_0 \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n} dA - \int_{(A_p)} \vec{u}^* \cdot \vec{p}_0 dA - \int_{(V)} \vec{u}^* \cdot \vec{f} dV = 0$ virtuális munka elvéből kiindulva vezesse le a virtuális elmozdulás elvet!
26. Írja fel a virtuális elmozdulás elvét. A virtuális elmozdulás elvében a rugalmasságtan egyenletrendszeréből mely egyenletek szerepelnek, és melyek nem?
27. Definiálja egy lineárisan rugalmas test alakváltozási energiáját és a rá ható felületi és térfogati terhelések munkáját!
28. Definiálja a teljes potenciális energiát! Adja meg a potenciális energia egyes tagjainak kiszámítási módját (képletét).
29. Az elmozdulásmező $\delta \vec{u}$ variációjának segítségével számítsa ki az alakváltozási mező $\delta \underline{\underline{A}}$ variációját!
30. Az alakváltozás $\delta \underline{\underline{A}}$ variációjának ismeretében számítsa ki a feszültségmező $\delta \underline{\underline{F}}$ variációját.
31. Mit mond ki a potenciális energia minimuma elv?

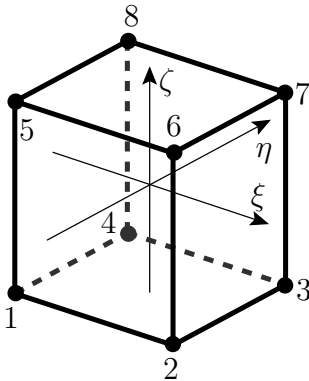
32. Bizonyítsa be a potenciális energia minimuma elvet!
33. Bizonyítsa be, hogy a potenciális energia első variációja tartalmazza az egyensúlyi egyenletet illetve a dinamikai peremfeltételt. Milyen módon teljesülnek itt ezek az egyenletek?
34. Milyen szükséges és milyen elégséges feltételt lehet megfogalmazni ahhoz, hogy a potenciális energiának, mint funkcionálnak, szélső értéke legyen?
35. Mi a Ritz-módszer lényege?
36. Számítsa ki az ábrán látható rúd középvonalának y irányú elmozdulását a z koordináta függvényében. A számításhoz használjon Ritz-módszert és az elmozdulást közelítse másodfokú függvénnyel. Csak a hajlításból származó alakváltozási energiát vegye figyelembe. A megoldás segítségével ($v(z)$ függvény) számítsa ki a rúd igénybevételeit (nyíróerő, hajlítónyomaték). Megegyezik-e a kapott megoldás az egzakt megoldással? Válaszát indokolja. (Ábrák: lásd a házi feladatnál.)
-

37.



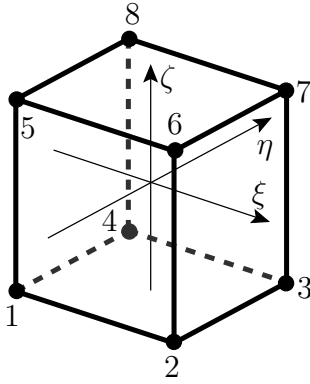
Írja fel az ábrán látható nyolc csomópontú végelem ? számú csomópontjához tartozó alakfüggvények képletét!

38.



Adottak egy végelem csomópontjainak x_i , y_i és z_i koordinátái. Hogyan adható meg a csomópontokhoz tartozó alakfüggvényekkel (közelítő függvényekkel) és a csomópontok koordinátáival a végelem egy tetszőleges $\xi\eta\zeta$ koordinátájú pontjának x , y és z koordinátája?

39.



Adottak egy végelem csomópontjainak q_{xi} , q_{yi} és q_{zi} elmozdulásai. Hogyan adható meg a csomópontokhoz tartozó alakfüggvényekkel (közelítő függvényekkel) és a csomópontok elmozdulásaival a végelem egy tetszőleges $\xi\eta\zeta$ koordinátájú pontjának u , v és w elmozdulása?

40. Adott egy 3D-s nyolc csomópontú végelem csomóponti elmozdulásvektora (\underline{q}^e). Írja fel a végelem csomóponti elmozdulásvektorának a mátrixát, valamint azt az \underline{N} mátrixot, amellyel megszorozva a \underline{q}^e csomóponti elmozdulásvektort az elmozdulásvektor koordinátáiból előállított $(\underline{u}^e)^T = [u^e \ v^e \ w^e]^T$ mátrix számítható! Milyen méretű az \underline{N} mátrix?
41. Írja fel azt a mátrixot, amelynek az egy végelemre vonatkozó elmozdulásvektor koordinátáiból előállított $(\underline{u}^e)^T = [u^e \ v^e \ w^e]^T$ mátrixszal vett szorzata az alakváltozási koordinátáiból álló mátrixot adja meg.
42. Írja fel azt a mátrixot, amelynek az egy végelemre vonatkozó csomóponti elmozdulásvektorral vett szorzata az alakváltozási koordinátáiból álló $(\underline{\varepsilon}^e)^T = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T$ mátrixot adja meg.
43. Írja fel azt a mátrixot, amelynek az elmozdulásvektor koordinátáiból előállított $(\underline{u}^e)^T = [u^e \ v^e \ w^e]^T$ mátrixszal vett szorzata az alakváltozási koordinátáiból álló $(\underline{\varepsilon}^e)^T = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T$ mátrixot adja meg.
44. Írja le hogy hogyan határozható meg az $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ alakfüggvények x , y és z koordináták szerinti deriváltja a ξ , η és ζ szerinti deriváltak felhasználásával! Írja le az egyenleteket mátrixokba rendezve is! Az így kapott mátrix-egyenletben milyen nevezetes mátrix fordul elő?
45. Írja fel azt a mátrixot, amellyel megszorozva az egy végelemre vonatkozó alakváltozási koordináták $(\underline{\varepsilon}^e)^T = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T$ oszlopvektorát a feszültségi koordináták $(\underline{\sigma}^e)^T = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}]^T$ oszlopvektora kapható meg?
46. Adja meg a mátrixok részletes felírása nélkül hogy egy 3D-s végelemre a csomóponti elmozdulás paraméterek segítségével hogyan számítható ki az elmozdulási koordinátákat tartalmazó \underline{u}^e oszlopvektor, az alakváltozási koordinátákat tartalmazó $\underline{\varepsilon}^e$ oszlopvektor valamint a feszültség koordinátákat tartalmazó $\underline{\sigma}^e$ oszlopvektor!
47. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem csomóponti elmozdulás koordinátái segítségével a végelem alakváltozási energiája? A felírt összefüggésben vegye figyelembe, hogy az egyes mennyiségek a lokális koordinátarendszer $\xi\eta\zeta$ változóitól függenek. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!

48. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem $\underline{\underline{K}}^e$ merevségi mátrixa? Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!
49. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem csomóponti elmozdulás koordinátái segítségével a végelemre ható felületi terhelések munkája? A felírt összefüggésben vegye figyelembe, hogy az egyes mennyiségek a lokális koordinátarendszer $\xi\eta\zeta$ változóitól függnnek. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!
50. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem felületi terhelésekből származó $\underline{\underline{f}}^e$ tehervektora? Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!
51. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem csomóponti elmozdulás koordinátái segítségével a végelemre ható térfogati terhelések munkája? A felírt összefüggésben vegye figyelembe, hogy az egyes mennyiségek a lokális koordinátarendszer $\xi\eta\zeta$ változóitól függnnek. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!
52. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem térfogati terhelésekből származó $\underline{\underline{f}}^e$ tehervektora? Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!
53. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem csomóponti elmozdulásvektorának, merevségi mátrixának valamint tehervektorának segítségével a végelem potenciális energiája?
54. Írja fel a teljes szerkezet potenciális energiáját a végelem felosztás után kapott csomóponti elmozdulásvektorral, merevségi mátrixszal és tehervektorral! A felírás során a mátrixok elemeit csoportosítsa aszerint, hogy melyik csomópont-hoz tartoznak!
55. Ismertesse, hogy a teljes szerkezet merevségi mátrixában illetve tehervektorában hogyan vehető figyelembe egy csomópont megfogása!
56. Írja fel a teljes szerkezet potenciális energiáját a végelem felosztás után kapott csomóponti elmozdulásvektorral, merevségi mátrixszal és tehervektorral, ha a szerkezet l -edik csomópont-ját x , y és z irányban megfogjuk! A felírás során a mátrixok elemeit csoportosítsa aszerint, hogy melyik csomópont-hoz tartoznak!
57. Ismertesse, hogy a teljes szerkezet merevségi mátrixában illetve tehervektorában hogyan vehető figyelembe a kinematikai terhelés!
58. Írja fel a teljes szerkezet potenciális energiáját a végelem felosztás után kapott csomóponti elmozdulásvektorral, merevségi mátrixszal és tehervektorral, ha a szerkezet l -edik csomópont-ját x , y és z irányban adott elmozdulásértéken tartjuk (azaz kinematikai terhelést alkalmazunk)! A felírás során a mátrixok elemeit csoportosítsa aszerint, hogy melyik csomópont-hoz tartoznak!
59. Ismert egy szerkezet $\underline{\underline{K}}$ merevségi mátrixa és $\underline{\underline{f}}$ tehervektora. Írja fel azt az egyenletet, amely segítségével a $\underline{\underline{q}}$ csomóponti elmozdulásvektor meghatározható!
60. Ismertesse, hogy a Bernoulli-féle rúdelmélet milyen feltételezésekből indul ki?
61. Ismertesse, hogy a Timoshenko-féle rúdelmélet milyen feltételezésekből indul ki?
62. Szemléltesse a Bernoulli- és Timoshenko-féle rúdelmélet közötti különbséget ábrák segítségével.

63. Hogyan adható meg a rúd egy tetszőleges pontjának elmozdulása, ha ismert a rúd súlyponti szálának \vec{u}_S elmozdulása és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulása?
64. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során egy prizmatikus rúd elmozdulás állapotát a rúd súlyponti szálának \vec{u}_S elmozdulásával és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulásával szeretnénk leírni. Az említett két vektor mely koordinátái lesznek egymástól függetlenek? Hogyan határozhatjuk meg a nem független koordinátákat a független koordináták segítségével?
65. A Timoshenko-féle rúdelmélet alkalmazása során egy prizmatikus rúd elmozdulás állapotát a rúd súlyponti szálának \vec{u}_S elmozdulásával és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulásával szeretnénk leírni. Az \vec{u}_S elmozdulás vektor koordinátáinak segítségével hogyan állíthatók elő a $\vec{\varphi}$ szögelfordulás vektor koordinátái? Összesen hány független mennyiség szükséges a rúd tetszőleges pontjához tartozó elmozdulás leírásához?
66. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során hogyan származtathatók a rúd egy tetszőleges pontjában az fajlagos nyúlások és szögtorzulások a rúd súlyponti szálának \vec{u}_S elmozdulása és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulásának felhasználásával? Mely alakváltozási koordináták adódnak a származtatás során nullának?
67. A Timoshenko-féle rúdelmélet alkalmazása során hogyan származtathatók a rúd egy tetszőleges pontjában az fajlagos nyúlások és szögtorzulások a rúd súlyponti szálának \vec{u}_S elmozdulása és a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulásának felhasználásával? Mely alakváltozási koordináták adódnak a származtatás során nullának?
68. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során hogyan számíthatók ki az igénybevételek és a keresztmetszet méreteinek ismeretében a feszültségtenzor egyes elemei?
69. A Timoshenko-féle rúdelmélet alkalmazása során hogyan számíthatók ki az igénybevételek és a keresztmetszet méreteinek ismeretében a feszültségtenzor egyes elemei?
70. A Bernoulli-féle rúdelmélet alkalmazása során milyen összefüggések írhatók fel a rúd igénybevételei és a rúd súlyponti szálának \vec{u}_S elmozdulása valamint a keresztmetszet $\vec{\varphi}$ szögelfordulása között?