

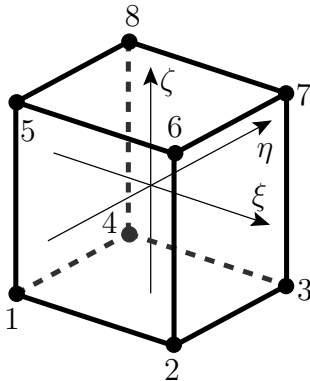
Végeselem analízis	Elméleti kérdések egyetemi mesterképzésben (MSc) résztvevő járműmérnöki, mechatronikai mérnök és logisztikai mérnök szakos hallgatók számára
---------------------------	---

2014. október 20.

1. Mit értünk egy test pontjainak elmozdulásvektorán? Válaszát szemléltesse egy ábra segítségével. Adja meg a felhasznált fizikai mennyiségek elnevezését! Írja fel az elmozdulásvektor koordinátáit.
2. Definiálja a deriválttenzort. Írja fel a deriválttenzor koordinátáit Descartes-féle koordináta-rendszerben.
3. Hogyan bontható szét a deriválttenzor alakváltozási és merev test szerű forgást leíró részre? Adja meg, hogy az egyes részek milyen tulajdonságokkal rendelkeznek!
4. Írja fel az alakváltozási tenzort az \vec{u} elmozdulásvektor koordinátáinak deriváltjai segítségével az xyz koordináta-rendszerben!
5. Írja fel a kinematikai egyenletet tenzoregyenlet és skaláregyenletek formájában is!
6. Származtassa a kompatibilitási egyenletet a kinematikai egyenletből.
7. Írja fel egy szilárd test erőkire vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakját. Az egyenletben felhasznált mennyiségeket szemléltesse egy ábrán.
8. Írja fel egy szilárd test nyomatékokra vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakját. Az egyenletben felhasznált mennyiségeket szemléltesse egy ábrán.
9. Egy test elemi térfogatának egyensúlyát felhasználva vezesse le a test felületén megoszló terhelés ($\vec{p}(\vec{r})$) és a feszültségtenzor (\underline{F}) közötti összefüggést!
10. Egy test erőkire vonatkozó egyensúlyi egyenletének integrális alakjából kiindulva vezesse le az erőkire vonatkozó egyensúlyi egyenlet differenciális alakját! Írja fel a kapott egyenletet vektor- és skaláregyenletek formájában is!
11. Írja fel a Hooke-törvényt tenzor- illetve skaláregyenletek alakjában. Milyen feltételek mellett érvényes a Hooke-törvény? Nevezze meg a felírt összefüggésben szereplő mennyiségeket.
12. Írja fel azt a skalár egyenletrendszert, amely segítségével a lineáris rugalmasságtani feladat megoldható!
13. Írja fel a lineáris rugalmasságtani feladat ismeretlen függvényeit! Adja meg az egyes ismeretlen függvények elnevezését!

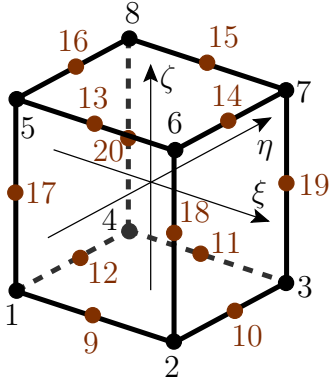
14. Adja meg a lineáris rugalmasságtani feladat peremfeltételeit. A peremfeltételeket szemléltesse ábra segítségével.
15. Definiálja a kinematikailag lehetséges elmozdulásmezőt! Mit értünk kinematikailag lehetséges alakváltozás és kinematikailag lehetséges feszültségmező alatt?
16. A kinematikailag lehetséges elmozdulásmezővel és az abból származtatott alakváltozással és feszültséggel felírt lineárisan rugalmas peremérték feladat egyenletei és peremfeltételei közül melyek teljesülnek, és melyek nem?
17. Milyen feltételek mellett mondhatjuk, hogy egy kinematikailag lehetséges feszültségmező megegyezik az egzakt megoldással?
18. Definiálja a statikailag lehetséges feszültségmezőt! Mit értünk statikailag lehetséges alakváltozás alatt?
19. A statikailag lehetséges feszültségmező illetve az abból származtatható statikailag lehetséges alakváltozás és a statikailag lehetséges elmozdulásmező segítségével felírt lineárisan rugalmas peremérték feladat egyenletei és peremfeltételei közül melyek teljesülnek és melyek nem?
20. Milyen feltételek mellett mondhatjuk, hogy egy statikailag lehetséges elmozdulásmező és statikailag lehetséges alakváltozási mező megegyezik az egzakt megoldással?
21. Definiálja a virtuális elmozdulásmezőt! Milyen tulajdonságokkal rendelkezik a virtuális elmozdulásmező?
22. Definiálja az elmozdulásmező variációját! Milyen tulajdonságokkal rendelkezik az elmozdulásmező variációja?
23. Egy rugalmas test $\underline{\underline{F}} \cdot \nabla + \vec{f} = \vec{0}$ egyensúlyi egyenletéből kiindulva vezesse le a virtuális munka elvét!
24. Az $\int_{(V)} \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{A}}^* dV - \int_{(A_u)} \vec{u}_0 \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n} dA - \int_{(A_p)} \vec{u}^* \cdot \vec{p}_0 dA - \int_{(V)} \vec{u}^* \cdot \vec{f} dV = 0$ virtuális munka elvéből kiindulva vezesse le a virtuális elmozdulás elvet!
25. Írja fel a virtuális elmozdulás elvét. A virtuális elmozdulás elvében a rugalmasságtan egyenletrendszeréből mely egyenletek szerepelnek, és melyek nem?
26. Definiálja a teljes potenciális energiát! Adja meg a potenciális energia egyes tagjainak kiszámítási módját (képletét).
27. Az elmozdulásmező $\delta \vec{u}$ variációjának segítségével számítsa ki az alakváltozási mező $\delta \underline{\underline{A}}$ variációját!
28. Az alakváltozás $\delta \underline{\underline{A}}$ variációjának ismeretében számítsa ki a feszültségmező $\delta \underline{\underline{F}}$ variációját.
29. Mit mond ki a potenciális energia minimuma elv?
30. Bizonyítsa be a potenciális energia minimuma elvet!
31. Bizonyítsa be, hogy a potenciális energia első variációja tartalmazza az egyensúlyi egyenletet illetve a dinamikai peremfeltételt. Milyen módon teljesülnek itt ezek az egyenletek?

32. Milyen szükséges és milyen elégséges feltételt lehet megfogalmazni ahhoz, hogy a potenciális energiának, mint funkcionálnak, szélső értéke legyen?
33. Mi a Ritz-módszer lényege?
34. Számítsa ki az ábrán látható rúd középvezetékének y irányú elmozdulását a z koordináta függvényében. A számításhoz használjon Ritz-módszert és az elmozdulást közelítse másodfokú függvénnyel. Csak a hajlításból származó alakváltozási energiát vegye figyelembe. A megoldás segítségével ($v(z)$ függvény) számítsa ki a rúd igénybevételeit (nyíróerő, hajlítónyomaték). Megegyezik-e a kapott megoldás az egzakt megoldással? Válaszát indokolja. (Ábrák: lásd a házi feladatnál.)
35. Írja fel a $\underline{\underline{\sigma}}^T = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}]$ és $\underline{\underline{\varepsilon}}^T = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]$ mátrixok segítségével (a mátrixok elemeinek feltüntetésével) a Hooke-féle anyagtörvényt.
36. Írja fel a $\underline{\underline{\sigma}}^T = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}]$ és $\underline{\underline{\varepsilon}}^T = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]$ mátrixok segítségével egy V térfogatú test alakváltozási energiáját.
37. Írja fel az $\underline{\underline{u}}^T = [u \ v \ w]$ és $\underline{\underline{\varepsilon}}^T = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]$ mátrixok segítségével egy V térfogatú test potenciális energiáját. Nevezze meg a felírt összefüggésben szereplő egyéb mennyiségeket.
38. Három dimenziós test mechanikai modelljében hány független elmozdulás koordináta szerepel?
39. Három dimenziós test mechanikai modelljében egy ponthoz hány szabadsági fok tartozik?
40. Mit nevezünk izoparametrikus végelemeknek?
41. Írja fel, hogy egy végelem csomóponti koordinátái és a végelem közelítő függvényei segítségével hogyan számítható ki a végelem egy tetszőleges pontjának x , y és z koordinátája?
42. Írja fel, hogy egy végelem csomóponti elmozdulás paraméterei és a végelem közelítő függvényei segítségével hogyan számítható ki a végelem egy tetszőleges pontjának x , y és z irányú elmozdulásai?
- 43.



Írja fel az ábrán látható nyolc csomópontú végelem ? számú csomópontjához tartozó alakfüggvényének (közelítő függvényének) képletét!

44.



Írja fel az ábrán látható húsz csomópontú végelem ? számú csomópontjához tartozó alakfüggvényének (közelítő függvényének) képletét!

45. Írja fel hogyan számítható ki egy 3D-s nyolc csomópontú végelem elmozdulás koordinátáinak $(\underline{u}^e)^T = [u^e \ v^e \ w^e]^T$ mátrixa a végelem \underline{q}^e csomópointi elmozdulásvektora és az alakfüggvények \underline{N} mátrixa segítségével. A felírt összefüggésben tüntesse fel a mátrixok elemeit is. Milyen méretű az \underline{N} mátrix?
46. Írja fel azt a mátrixot a mátrix elemeinek részletes feltüntetésével, amelynek az egy végelemre vonatkozó elmozdulás vektor koordinátákból előállított \underline{u}^e mátrixszal vett szorzata az $\underline{\varepsilon}^e$ alakváltozási koordinátákból álló mátrixot adja meg.
47. Írja fel hogyan számítható ki egy 3D-s nyolc csomópontú végelem alakváltozási koordinátáinak $(\underline{\varepsilon}^e)^T = [\varepsilon_x^e \ \varepsilon_y^e \ \varepsilon_z^e \ \gamma_{xy}^e \ \gamma_{yz}^e \ \gamma_{zx}^e]^T$ mátrixa a végelem \underline{q}^e csomópointi elmozdulásvektora és az alakfüggvények \underline{N} mátrixa segítségével. A felírt összefüggésben tüntesse fel a felhasznált mátrixok méreteit és a mátrixok elemeit is.
48. Írja le hogy hogyan határozható meg az $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ alakfüggvények x, y és z koordináták szerinti deriváltja a ξ, η és ζ szerinti deriváltak felhasználásával! Írja le az egyenleteket mátrixokba rendezve is! Az így kapott mátrix-egyenletben milyen nevezetes mátrix fordul elő?
49. Írja le részletesen, hogy hogyan számíthatók ki a 3D-s feladat esetében felírható Jacobi-mátrix elemei, ha ismerjük a végelem csomópontjainak koordinátáit?
50. Írja fel hogyan számítható ki egy 3D-s nyolc csomópontú végelem feszültségi koordinátáinak $(\underline{\sigma}^e)^T = [\sigma_x^e \ \sigma_y^e \ \sigma_z^e \ \tau_{xy}^e \ \tau_{yz}^e \ \tau_{zx}^e]^T$ mátrixa a végelem \underline{q}^e csomópointi elmozdulásvektora és az alakfüggvények deriváltjainak \underline{B}^e mátrixa segítségével. A felírt összefüggésben tüntesse fel a felhasznált mátrixok méreteit és a mátrixok elemeit is.
51. Írja fel tömören azokat az összefüggéseket, amelyek segítségével egy 3D-s végelem csomópointi elmozdulásvektorát felhasználva kiszámíthatóak a végelem elmozdulás koordinátáit, alakváltozásait koordinátái illetve feszültség koordinátáit tartalmazó oszlopvektorok. Nevezze meg az összefüggésekben szereplő mennyiségeket.
52. Írja fel hogyan számítható ki egy végelem alakváltozási energiája a végelem \underline{q}^e csomópointi elmozdulás vektorának ismeretében. Tüntesse fel, és a számítás során használja is ki, hogy a felhasznált mennyiségek milyen koordináták függvényei. Nevezze meg a felhasznált mennyiségeket.

53. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem felületi terhelésekből származó \underline{f}_p^e tehervektora? Tüntesse fel, és a számítás során használja is ki, hogy a felhasznált mennyiségek milyen koordináták függvényei. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!
54. Hogyan számítható ki egy 3D-s végelem térfogati terhelésekből származó \underline{f}_f^e tehervektora? Tüntesse fel, és a számítás során használja is ki, hogy a felhasznált mennyiségek milyen koordináták függvényei. Nevezze meg az összefüggésben szereplő tagokat!
55. Írja fel tömöre, hogy hogyan számítható ki egy 3D-s végelem csomóponti elmozdulásvektorának, merevségi mátrixának valamint tehervektorának segítségével a végelem potenciális energiája?
-