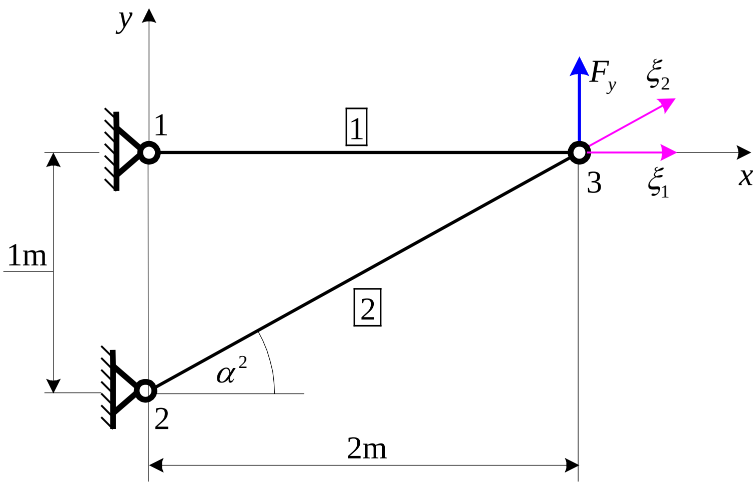
7. MECHANIKA-VÉGESELEM MÓDSZER ELŐADÁS
(kidolgozta: Szüle Veronika, egy. ts.)

VII. előadás

3.5. Rácsos szerkezet vizsgálata húzott-nyomott rúdelemekkel:



3. ábra: Rácsos szerkezet

Az eddigi végeselemes számításnál kihasználtuk, hogy az x és ξ koordináta tengelyek egyirányúak. A továbbiakban olyan szerkezetet vizsgálunk, ahol a rúdelemek szöget zárnak be egymással.

Adott: a 2. ábrán látható rácsos szerkezet geometriája, terhelése a végeselemes felosztással.

Az adatok számszerű értékei:

A rúdhosszak: $L_1 = 2m$, $L_2 = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}m$, $A_1 = 10^{-4}m^2, A_2 = 2\cdot 10^{-4}m^2$, $\alpha_1 = 0^\circ$,

$\sin\alpha_2 = \dfrac{1}{\sqrt{5}}, \cos\alpha_2 = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$,

Anyagjellemzők $E = E_1 = E_2 = 2\cdot 10^5\,\mathrm{MPa}$,

Terhelés: $F_y = 100\,N$

A megoldás során jelölje rendre U, V az x, y irányú elmozdulást.

Kinematikai peremfeltételek: $U_1 = 0, V_1 = 0, U_2 = 0, V_2 = 0$

Feladat: U_3, V_3 meghatározása (3-s csomópont x és y irányú elmozdulásai).

Megoldás: a korábbiaknak megfelelően a szerkezet teljes potenciális energiáját írjuk fel:

$$\Pi_p = \sum_{e=1}^{2} \Pi_p^e - F_y V_3$$

az elemeken megoszló erő nem működik, ezért az egyes elemek potenciális energiája egyenlő a megfelelő alakváltozási energiával. Felhasználva a lokális koordinátarendszerben felírt (még az előző feladatra vonatkozó) kifejezést:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} AE\left(\frac{1}{L^1}+\frac{1}{L^2}\right) & -\frac{AE}{L^2} \\ -\frac{AE}{L^2} & \frac{AE}{L^2} \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{K}}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}}_{\underline{q}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{f_x L^1}{2}+\frac{f_x L^2}{2} \\ \frac{f_x L^2}{2}+F_x \end{bmatrix}}_{\underline{f}}$$

, a két rúdra (jelen feladat esetén tehát) az

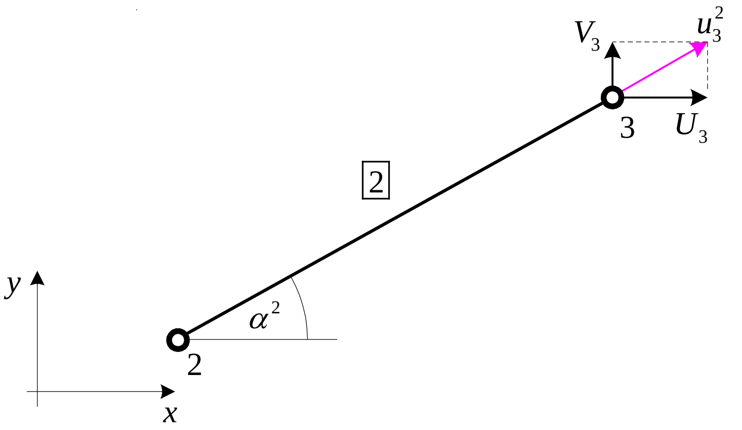
alakváltozási energia:

$$\Pi_p^1 = U^1 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} u_1^1 & u_3^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{A_1E}{L^1} & -\frac{A_1E}{L^1} \\ -\frac{A_1E}{L^1} & \frac{A_1E}{L^1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_3^1 \end{bmatrix}$$

, ahol

$$\Pi_p^2 = U^2 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} u_2^2 & u_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{A_2E}{L^2} & -\frac{A_2E}{L^2} \\ -\frac{A_2E}{L^2} & \frac{A_2E}{L^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2^2 \\ u_3^2 \end{bmatrix}$$

a két különböző elemen a megfelel lokális koordináta rendszerben (bal felső index jelöli) értelmezett $u_3^1 \neq u_3^2$ elmozdulás nem azonos. Hiszen két különböző irányú ξ_1, ξ_2 tengelyhez tartoznak. Ezen probléma csak úgy oldható meg, ha közös koordinátarendszert alkalmazunk, azaz a globális x,y koordinátarendszert.



4. ábra: Az elmozdulás transzformációja a 2-s végeselem esetén

$$\left.\begin{aligned} U_3 &= u_3^2 \cos\alpha^2 \qquad / \cos\alpha^2 \\ V_3 &= u_3^2 \sin\alpha^2 \qquad / \sin\alpha^2 \end{aligned}\right\} +$$

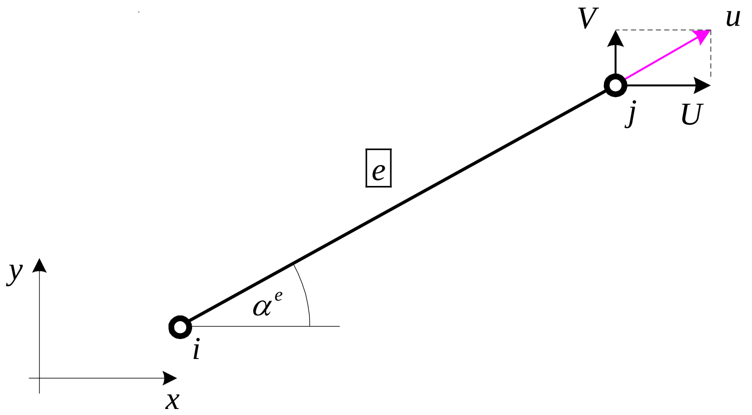
$$U_3\cos\alpha^2 + V_3\sin\alpha^2 = u_3^2 \underbrace{\left(\cos^2\alpha^2 + \sin^2\alpha^2\right)}_{1}$$

Tehát a 3. ábrán látható geometriai viszonyok alapján a lokális és globális elmozdulások közötti kapcsolat:

$$u_3^2 = U_3\cos\alpha^2 + V_3\sin\alpha^2$$

$$u_3^2 = \begin{bmatrix} \cos\alpha^2 & \sin\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Az e elem helyi és globális koordinátarendszerben vett csomóponti elmozdulásainak transzformációs összefüggése:



5. ábra: Az elmozdulás transzformációja az e-ik végeselem esetén

$$u_i^e = \begin{bmatrix} \cos\alpha^e & \sin\alpha^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_i^e \\ u_j^e \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\alpha^e & \sin\alpha^e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\alpha^e & \sin\alpha^e \end{bmatrix}}_{\text{transzformációs mátrix}} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{bmatrix}$$

Az e=1 elem elmozdulásának transzformációja $\left(\alpha^1 = 0\right)$:

$$\begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_3^1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{transzformációs mátrix}} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_3 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Az e=2 elem elmozdulásának transzformációja $\left(\alpha^2 \neq 0\right)$:

$$\begin{bmatrix} u_2^2 \\ u_3^2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}}_{\text{transzformációs mátrix}} \begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Így az alakváltozási energiák a globális elmozdulásokkal kifejezve:

$$\Pi_p^1 = U^1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} U_1 & V_1 & U_3 & V_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{A_1E}{L^1} & -\frac{A_1E}{L^1} \\ -\frac{A_1E}{L^1} & \frac{A_1E}{L^1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_3 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$\prod_p^2 = U^2 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} U_2 & V_2 & U_3 & V_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{A_2E}{L^2} & -\frac{A_2E}{L^2} \\ -\frac{A_2E}{L^2} & \frac{A_2E}{L^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

A kijelölt szorzásokat elvégezve:

$$\prod_p^1 = U^1 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} U_1 & V_1 & U_3 & V_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{A_1E}{L^1} & 0 & -\frac{A_1E}{L^1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A_1E}{L^1} & 0 & \frac{A_1E}{L^1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_3 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$\prod_p^2 = U^2 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} U_2 & V_2 & U_3 & V_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{4A_2E}{5L^2} & \frac{2A_2E}{5L^2} & -\frac{4A_2E}{5L^2} & -\frac{2A_2E}{5L^2} \\ \frac{2A_2E}{5L^2} & \frac{A_2E}{5L^2} & -\frac{2A_2E}{5L^2} & -\frac{A_2E}{5L^2} \\ -\frac{4A_2E}{5L^2} & -\frac{2A_2E}{5L^2} & \frac{4A_2E}{5L^2} & \frac{2A_2E}{5L^2} \\ -\frac{2A_2E}{5L^2} & -\frac{A_2E}{5L^2} & \frac{2A_2E}{5L^2} & \frac{A_2E}{5L^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

A szerkezet teljes potenciális energiája:

$$\prod_p = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} U_1 & V_1 & U_2 & V_2 & U_3 & V_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{A_1E}{L^1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_1E}{L^1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4A_2E}{5L^2} & \frac{2A_2E}{5L^2} & -\frac{4A_2E}{5L^2} & -\frac{2A_2E}{5L^2} \\ 0 & 0 & \frac{2A_2E}{5L^2} & \frac{A_2E}{5L^2} & -\frac{2A_2E}{5L^2} & -\frac{A_2E}{5L^2} \\ -\frac{A_1E}{L^1} & 0 & -\frac{4A_2E}{5L^2} & -\frac{2A_2E}{5L^2} & \left(\frac{A_1E}{L^1} + \frac{4A_2E}{5L^2}\right) & \frac{2A_2E}{5L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{2A_2E}{5L^2} & -\frac{A_2E}{5L^2} & \frac{2A_2E}{5L^2} & \frac{A_2E}{5L^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \end{bmatrix} - F_yV_3$$

Ha figyelembe vesszük a kinematikai peremfeltételt, hogy $U_1 = 0, V_1 = 0, U_2 = 0, V_2 = 0$, vagyis az első négy sor és oszlop szorzódik nullával, akkor az energia kifejezés lényegesen egyszerűsödik:

$$\Pi_p = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} U_3 & V_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \left(\frac{A_1 E}{L^1}+\frac{4A_2E}{5L^2}\right) & \frac{2A_2E}{5L^2} \\ \frac{2A_2E}{5L^2} & \frac{A_2E}{5L^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_3 \\ V_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_3 & V_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

Az előzőleg kapott kifejezés tömörebben is írható:

$$\Pi_p\left(\underline{\underline{q}}\right) = \frac{1}{2}\underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{K}}\,\underline{\underline{q}} - \underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{f}}$$

Alkalmazzuk a potenciális energia minimum elvét, azaz akkor lesz a potenciális energiának szélsőértéke

$$\min \Pi_p\left(\underline{\underline{q}}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial \Pi_p\left(\underline{\underline{q}}\right)}{\partial \underline{\underline{q}}} = 0$$

és a deriválást elvégezzük

$$\underline{\underline{0}} = \frac{\partial \Pi_p\left(\underline{\underline{q}}\right)}{\partial \underline{\underline{q}}} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{K}}\,\underline{\underline{q}} - \underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{f}}\right)}{\partial \underline{\underline{q}}} = \underline{\underline{K}}\,\underline{\underline{q}} - \underline{\underline{f}}$$

összefüggést kapjuk, ami átrendezés után egy lineáris algebrai egyenletrendszer:

$$\underline{\underline{K}}\,\underline{\underline{q}} = \underline{\underline{f}},$$

azaz részletesen

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{A_1 E}{L^1}+\frac{4A_2E}{5L^2}\right) & \frac{2A_2E}{5L^2} \\ \frac{2A_2E}{5L^2} & \frac{A_2E}{5L^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_3 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_y \end{bmatrix}$$

Megoldás a globális koordinátákra:

$$U_3 = -2\frac{F_y L_1}{A_1 E} = -2\frac{100\cdot 1}{10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{11}} = 10^{-5}\,m$$

$$V_3 = 2\frac{F_y L_1}{A_1 E}\left(\frac{5A_1}{2A_2}\frac{L_2}{L_1}+2\right) = 2\frac{100\cdot 1}{10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{11}}\left(\frac{5\cdot 10^{-4}\sqrt{5}}{2\cdot 2\cdot 10^{-4}}+2\right) = 10^{-5}\left(2+\frac{5\sqrt{5}}{4}\right)m$$

Azaz a megoldás a rudak lokális koordinátarendszereiben:

$$\begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_3^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10^{-5} \\ 10^{-5}\left(2+\frac{5\sqrt{5}}{4}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10^{-5} \end{bmatrix} m$$

$$\begin{bmatrix} u_2^2 \\ u_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10^{-5} \\ 10^{-5}\left(2+\frac{5\sqrt{5}}{4}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{5}{4}\cdot 10^{-5} \end{bmatrix} m$$

A rúderők kiszámítása az $N^e(\xi) = AE\dfrac{du^e(\xi)}{d\xi} = AE\begin{bmatrix} -\frac{1}{L^e} & \frac{1}{L^e} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_i^e \\ u_j^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i^e & u_j^e \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\frac{1}{L^e} \\ \frac{1}{L^e} \end{bmatrix} AE$

összefüggés felhasználásával történik:

$$N^1(\xi) = A^1 E \varepsilon_\xi^1(\xi) = A^1 E\begin{bmatrix} -\frac{1}{L^1} & \frac{1}{L^1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_3^1 \end{bmatrix} = 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{11}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 10^{-5} \end{bmatrix} = -200\,N$$

$$N^2(\xi) = A^2 E \varepsilon_\xi^2(\xi) = A^2 E\begin{bmatrix} -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_2^2 \\ u_3^2 \end{bmatrix} = 4\cdot 10^7\begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{5}{4}10^{-5} \end{bmatrix} = 100\sqrt{5}\,N$$

A szerkezetet csak koncentrált erő terheli ezért a végeselem-módszerrel itt előállított megoldás most azonos az analitikus megoldással.

Végeselem programrendszerek általános felépítése

1. **Adatbeviteli modul, amelyben**

- a szerkezet/alkatrész geometriai felépítésének (azaz pontok, vonalak, felületek, térfogatok) megadása,
- a szerkezet végeselem hálózatának felépítése (elemek, csomópontok) történik.
  Figyelembe veendő szempontok:
  Azon tartományokon legyen sűrűbb a felosztás, ahol a mechanikai mennyiségek intenzívebb változása várható.
  Koncentrált nyomatékok/erők támadáspontjára essen csomópont, megtámasztási helyekre vegyünk fel csomópontot.
- A szerkezet/alkatrész anyagjellemzőinek definiálása, amelyek megadhatók geometriai (vonal, felület, térfogat), vagy végeselem jellemzőkhöz (véges elemek) is. Azonban rúdfeladatoknál szükséges megadni a rúd keresztmetszeti jellemzőit is, pl.: MATHTYPE, keresztmetszet, x irányú másodrendű tehetlenségi nyomaték, stb.. Héj-, lemez- és tárcsafeladatoknál szükséges megadni a vastagsági méretet.
- A szerkezet terhelésének (dinamikai peremfeltételek) megadása, például koncentrált terhelés, megoszló terhelés, hőmérséklet eloszlás.
- A szerkezet megtámasztásának (kinematikai peremfeltételek) megadása. Például: megtámasztás (nincs elmozdulás), rugalmas ágyazás (rugóállandók), előírt elmozdulás (kinematikai terhelés).

2. **Végeselem-számítási modul:**

- Az elemek merevségi mátrixainak és csomóponti terhelésvektorainak előállítása.
- A teljes szerkezet merevségi mátrixának és terhelési vektorainak előállítása.
- Kinematikai peremfeltételek figyelembevétele (megfelelő sorok és oszlopok törlése).

- A szerkezet lineáris algebrai egyenlet-rendszerének megoldása, azaz a szerkezet csomóponti elmozdulásainak meghatározása.
- Alakváltozás, feszültség (belső erők) számítása elemenként a csomópontokban, vagy az elem belső pontjaiban. a csomóponti értékeket az egyes elemek csomóponti értékeinek átlagolásával szokás előállítani.

3. Az eredmények szemléltetését végző rész/modul.

- A felhasználó eldönti, hogy a szerkezet szilárdságtani állapotai közül mit vizsgál részletesen, mit szemléltet, így a szerkezet pontjainak elmozdulását (deformált alak),
    - feszültségeket (az egyes feszültség-koordinátákat külön-külön vagy a redukált feszültségeket), igénybevételeket, támasztóerőket.

4. Izoparametrikus elemcsalád

A kereskedelmei szoftverekben leggyakrabban ún. izoparametrikus elemeket alkalmaznak.
Az izoparametrikus jelző azt jelenti, hogy a geometria leképezésére alkalmazott (csomóponti) paraméterek száma azonos az ismeretlen mező közelítésére felvett paraméterek számával. Ez azt is jelenti, hogy ugyanazon alakfüggvényeket alkalmazzuk a geometria leképezésére, mint az ismeretlen mező közelítésére. Az elem típus széleskörű elterjedése elsősorban annak köszönhető, hogy az elem merevségi mátrixának és tehervektorának előállításakor az integrálás könnyen elvégezhető. Egyaránt alkalmazható egy-, két-, és háromdimenziós feladatokra.
A valóságban jelentkező mechanikai feladatok általában térbeli jellegűek, azonban a mechanikai problémák egy része bizonyos feltételek esetén visszavezethetőek egy dimenziós (1D-s) illetve síkbeli 2D-s feladatokra. A 2D-s feladatok közül az alábbi három formalizmusát tekintve hasonlóan tárgyalható:

- általánosított síkfeszültségi állapotú feladat, vagyis tárcsafeladat,
- síkalakváltozási feladat,
- tengelyszimmetrikus feladat.
- Ezen fejezetben az 1D-s és 2D-s elemekkel foglalkozunk, a 3D-s elemek származtatása az előzőekhez nagyon hasonlóan történik.

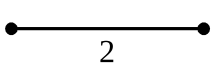
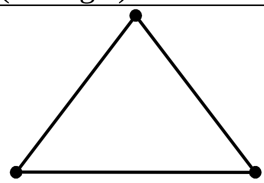
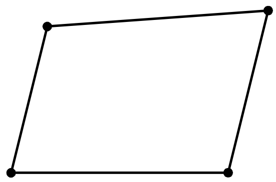
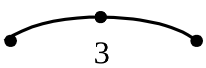
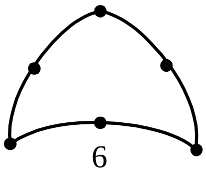
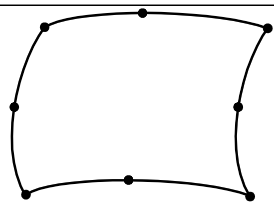
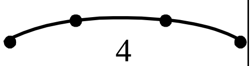
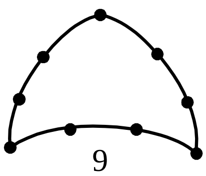
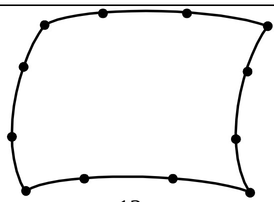
4.1.Elemek csoportosítása

a) Kiterjedésük szerint

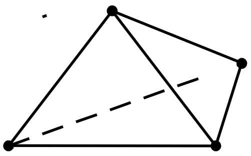
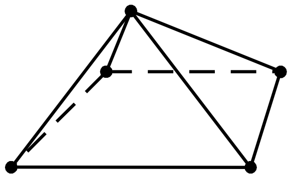
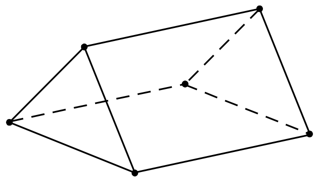
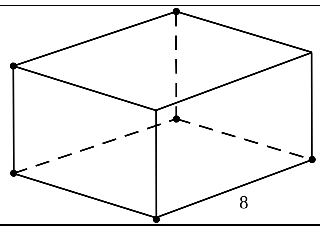
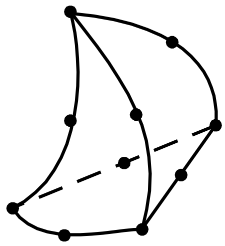
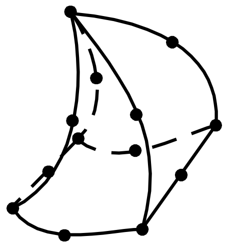
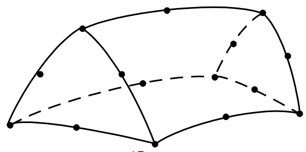
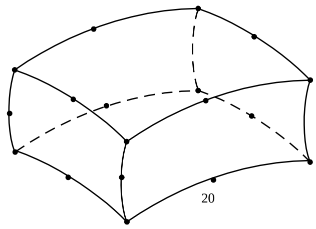
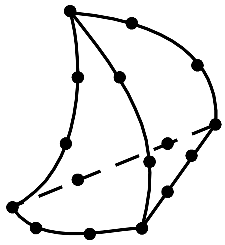
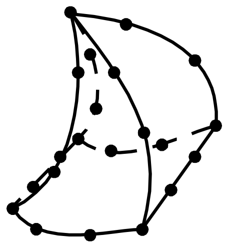
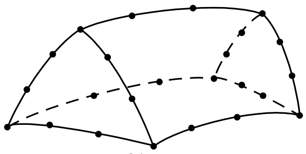
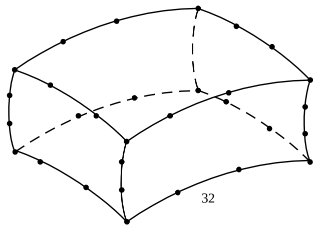
A korábban említettek szerint -bizonyos feltételek teljesülése esetén- lehetőség van a 3D-s esetek síkbeli (síkfeszültség, síkalakváltozás és tengelyszimmetrikus) vizsgálatára, vagy egyszerűsített térbeli, ugyanakkor 1 vagy 2 dimenziós topológiával rendelkező (rúd, héj, stb.) modellek használatára. Mivel az 1D-s, illetve 2D-s modellek elemszáma jóval kisebb, mint ugyanazon a szerkezet 3D-s modelljének, ezért a feladat megoldási ideje sokkal kevesebb, valamint a szimuláció beállítása is egyszerűbb. Az analízis során használt elemek a geometriától függően kiterjedésük szerint a következők lehetnek: dimenzió nélküli pont, 2D-s felületi vagy 3D-s térfogati elemek.

- A pont elemeket (point element) egy csomópont (node) definiál (például, mint tömegpont vagy csomópont-felület kontaktelem).
- A vonal elemeket (line element) két vgy három csomópontot összekötő egyenes, vagy ív definiál. A vonalelem lehet rúd (trust), gerenda (beam), cső (pipe) és tengelyszimmetrikus héj (axisymmetric shell).
- A felületelemek háromszög (triangular), vagy négyszög (quadrilateral) alakúak, illetve 2D-s sík modell (2D síkfeszültség, síkalakváltozás és tengelyszimmetrikus), vagy héj (shell) elemek lehetnek.
- A térfogati elemek tetraéder (tetrahedral), gúla (piramid), prizma (wedge) vagy tégla (brick, hexahedron) alakú, 3D-s szilárd test (3D-s solid)elemek lehetnek.
- A peremfeltételek definiálására (kontaktok, rugó elemel, tömegpont, stb.) speciális tulajdonságokkal rendelkező elemeket használunk. Elemek csoportosítása alakjuk és fokszámuk szerint.

A következő táblázat a leggyakrabban használt izoparametrikus elemeket foglalja össze:

	1D (vonal)	2D (felület)	2 DOF/Node
	Vonal (Line)	Háromszög (Triangle)	Négyszög (Quadrilateral)
Lineáris (Linear)	 2	 3	 4
Másodfokú (Quadratic)	 3	 6	 8
Harmadfokú (Cubic)	 4	 9	 12

1. táblázat: 1D-s, 2D-s elemek

	3D (térfogat) 3 DOF/Node			
	Tetraéder (Tetrahedron)	Gúla (Piramid)	Prizma(Pentahedral, Prism, Wedge)	Tégla (Hexahedron)
Lineáris (Linear)	 4	 5	 6	 8
Másodfokú (Quadratic)	 10	 13	 15	 20
Harmadfokú (Cubic)	 16	 21	 24	 32

2. táblázat: 3D-s elemek