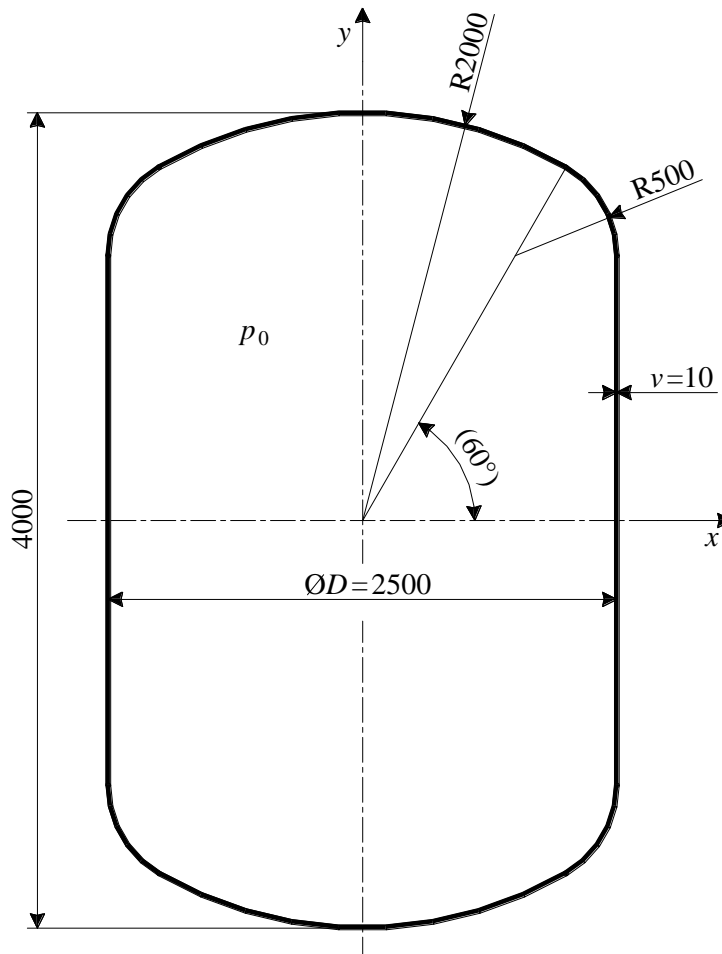


Végeselem analízis 5. gyakorlat
(kidolgozta: Bojtár Gergely egyetemi tanársegéd)

Feladat: Tengelyszimmetrikus héj (hengeres tartály)

Adott:

A hengeres tartály geometriája a középfelületi méretekkel. A tartály falvastagsága ν .



Az anyagjellemzők: $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa
 $\nu = 0,3$

Terhelés: A tartályt $p_0 = 20$ bar = 2 MPa belső nyomás terheli.

Feladat:

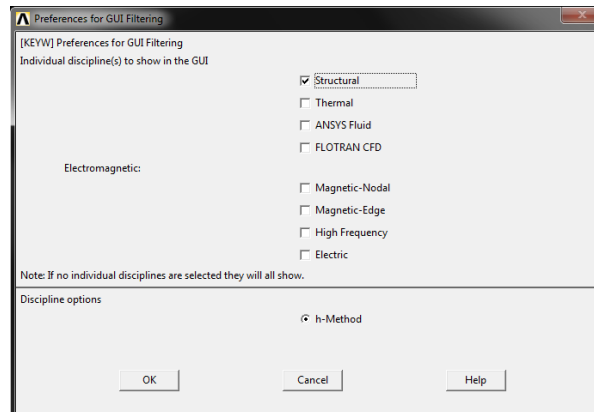
- A tartály elmozdulás mezejének és alakváltozásának ábrázolása,
- a tartály egyes pontjaiban ébredő feszültségek leolvasása.

A héj olyan test, melynek egyik mérete a másik két méretéhez képest kicsi. Értelmezhető középfelület, amely görbült felület. Forgásszimmetrikus héjnál a középfelület forgásfelület. A tartály geometriája és terhelése is forgásszimmetrikus, a falvastagsága kicsi a befoglaló méretéhez képest, ezért axiszimmetrikus héjelemekkel modellezzük.

A Kirchhoff-Love-héjelmélet nem veszi figyelembe a nyírési alakváltozást. A hipotézis szerint hajlításnál a középfelület normálisai az alakváltozás után is normálisai lesznek az alakváltozott középfelületnek és a normálisokon lévő pontok távolsága nem változik.

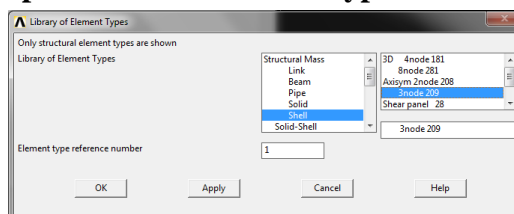
Indítsuk el a **Mechanical APDL (ANSYS) 14.0**-t.

1. Adjuk meg a file nevét: Kattintsunk a felső menüsorban a **File ⇒ Change Jobname ⇒ Enter new jobname (filenév) ⇒ OK** parancsokra.
2. Állítsuk be a munkakönyvtárat: **File ⇒ Change Directory ⇒ OK**
Ezután mentjük el az általunk kiválasztott helyre.
3. **ANSYS Main Menu ⇒ Preferences ⇒ Structural ⇒ OK**



4. Végeelem modell: Másodfokú, három csomópontú forgásszimmetrikus héj végeelem. Ez a SHELL209-es elemtípus.

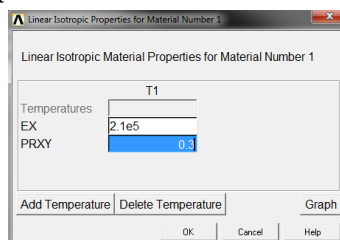
ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Element Type ⇒ Add/Edit/Delete ⇒ Add...



OK ⇒ Close

5. A tartály anyaga acél.

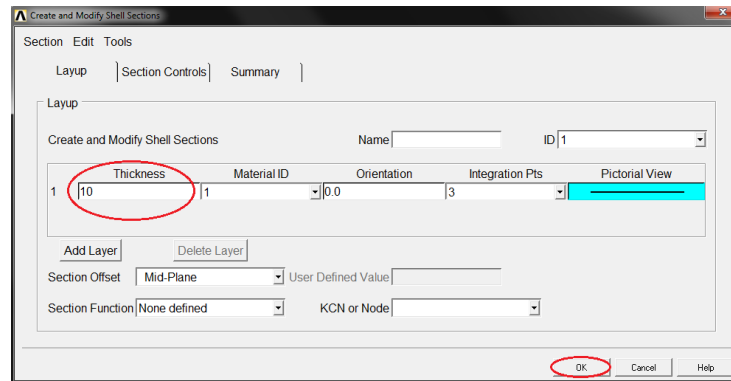
ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Material Props ⇒ Material Models ⇒ Structural ⇒ Linear ⇒ Elastic ⇒ Isotropic



OK ⇒ Bezárjuk jobboldalt felül.

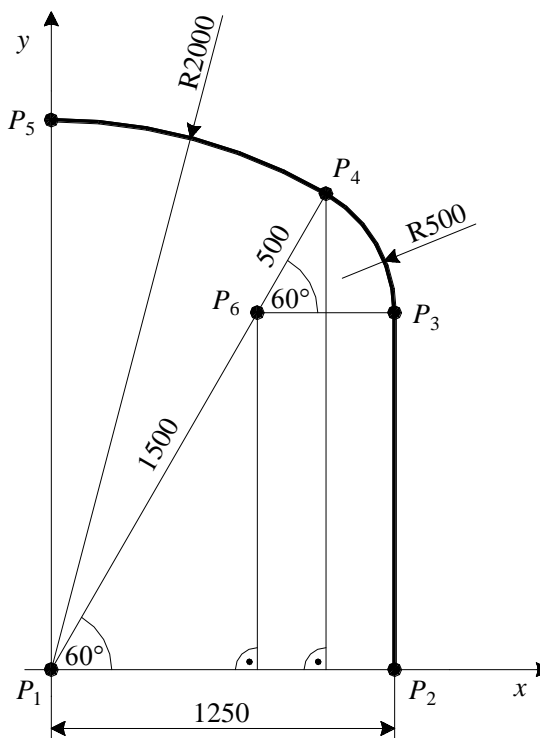
6. A tartály falának vastagsága 10 mm.

ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Sections ⇒ Shell ⇒ Lay-up ⇒ Add/Edit



7. A tartály meridián metszetét az xy síkra kell megrajzolni a pozitív x tengely irányába. Az y tengely a forgástengely. A tartály szimmetrikus az xz síkra. Ezt kihasználva csak a pozitív y tengely irányába vesszük fel a metszetet. A végeelem számítás az $R\phi y$ hengerkoordináta-rendszerben történik. Az ábrán látható x felel meg az R iránynak, az y tengely a forgástengely. A meridián síkra merőleges érintő irány az \vec{e}_ϕ . Itt a metszeten $\vec{e}_\phi = -\vec{e}_z$.

Számoljuk ki a vonalak végpontjainak és a körívek középpontjainak koordinátáit. Ezeket felhasználva rajzoljuk meg a középfelület metszetét.



$$x_1 = 0 \text{ mm}$$

$$y_1 = 0 \text{ mm}$$

$$x_3 = 1250 \text{ mm}$$

$$y_3 = 1500 \cdot \sin 60^\circ = 1299,0381 \text{ mm}$$

$$x_5 = 0 \text{ mm}$$

$$y_5 = 2000 \text{ mm}$$

$$x_2 = 1250 \text{ mm}$$

$$y_2 = 0 \text{ mm}$$

$$x_4 = (1500 + 500) \cdot \cos 60^\circ = 1000 \text{ mm}$$

$$y_4 = (1500 + 500) \cdot \sin 60^\circ = 1732,0508 \text{ mm}$$

$$x_6 = 1500 \cdot \cos 60^\circ = 750 \text{ mm}$$

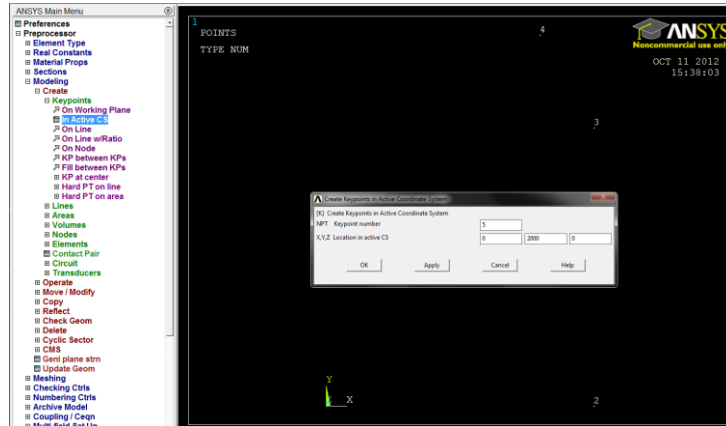
$$y_6 = y_3 = 1299,0381 \text{ mm}$$

Mindegyik pont z irányú koordinátája 0.

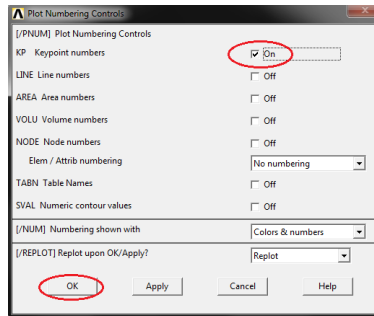
8. A 6 db pontot az aktív koordináta-rendszerben adjuk meg.

ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Modeling ⇒ Create ⇒ Keypoints ⇒ In Active CS

A felugró kis ablakba be kell írni a pont sorszámát, majd a 3 skaláris koordinátát. Miután ezt megtettük, **Apply**-t nyomjunk, így az ablak a képernyőn marad, és írhatjuk a következő pontot. A sorszámot is növeljük mindig! A 6. pont megadásánál nyomjunk **OK**-t.



Ha újrarajzoljuk a képernyőt (Felső menüsorban **Plot ⇒ Multi-Plots**), akkor eltűnik a pontok sorszámozása. Ezt visszakapcsolhatjuk: Felső menüsor **PlotCtrls ⇒ Numbering**



9. Rajzoljuk meg a függőleges egyenest és a két körívet. Arra figyeljünk, hogy a vonalakat egy irányba húzzuk. A belső nyomást a síkgörbére adjuk meg. Ha az egyik vonalat ellenkező irányba rajzoltuk, akkor ott a nyomás negatív előjellel jelenik meg. A P_2, P_3, P_4, P_5 pontsoron vegyük fel a síkgörbét.

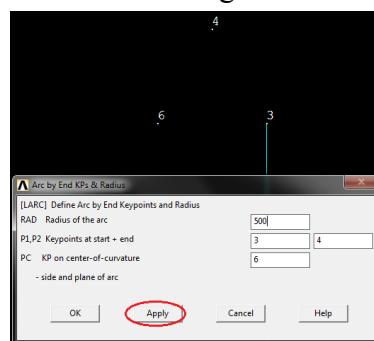
Függőleges egyenes:

ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Modeling ⇒ Create ⇒ Lines ⇒ Lines ⇒ Straight Line P_2, P_3 pont kijelölése bal egérgombbal, majd OK.

R500-as körív:

ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Modeling ⇒ Create ⇒ Lines ⇒ Arcs ⇒
⇒ By End KPs & Rad

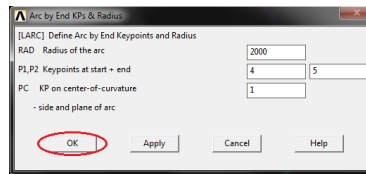
P_3, P_4 pont kijelölése (kezdőpont, végpont), Apply, majd P_6 pont (középpont) kijelölése és Apply. A felugró ablakba kell beírni a körív sugarát.



Ha az **Apply** gombra kattintva zárjuk be az ablakot, akkor rögtön jelölhetjük az R2000-es körív kezdő- és végpontját.

R2000-es körív:

P_4 , P_5 pont, **Apply**, P_1 pont, **Apply**



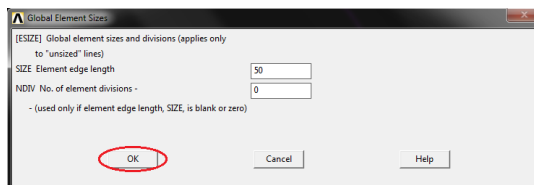
10. Az elemméretet úgy válasszuk meg, hogy az R500-as köríven is legyen 10-11 db elem. Számoljuk ki az ívhosszt.

$$\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$i_{34} = R500 \cdot \alpha = 500 \cdot \frac{\pi}{3} = 523,6 \text{ mm}$$

Állítsuk az átlagos elemméretet 50 mm-re.

ANSYS Main Menu ⇒ **Preprocessor** ⇒ **Meshing** ⇒ **Size Cntrls** ⇒ **Manual Size** ⇒ **Global** ⇒ **Size**



11. Hálózunk be a síkgörbét.

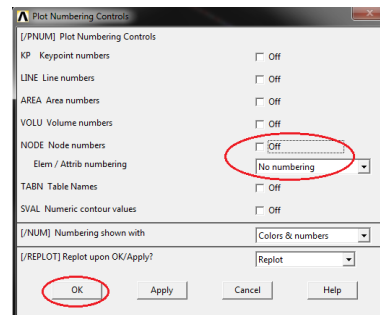
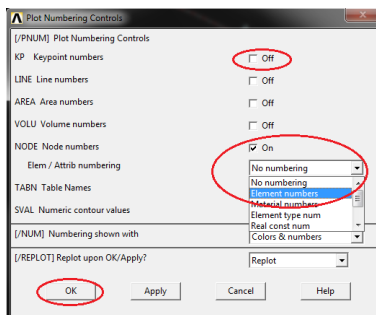
ANSYS Main Menu ⇒ **Preprocessor** ⇒ **Meshing** ⇒ **Mesh** ⇒ **Lines**

Jelöljük ki a 3 vonalat, és **OK**.

58 db elem és 117 db csomópont van a modellben. Az R500-as ívre 11 db elemet generált a program.

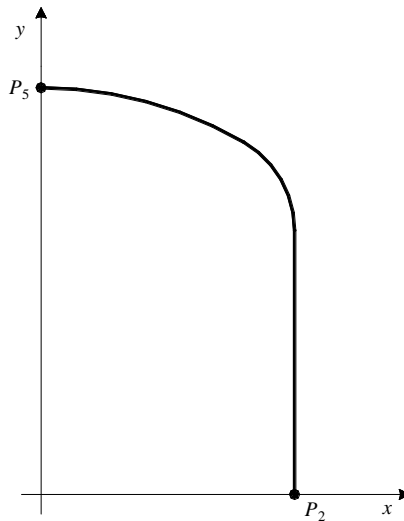
Felső menüben **Plot** ⇒ **Multi-Plots**, és láthatjuk a csomópontokat, elemeket.

Ha meg akarjuk nézni az elemek, csomópontok sorszámozását az alábbi módon érhetjük el a sorszám beállítás ablakot: Felső menüben **PlotCtrls** ⇒ **Numbering**. A baloldali illusztrációban az elemek, csomópontok sorszámaikat bekapcsoljuk, a geometriai pontokét pedig ki.



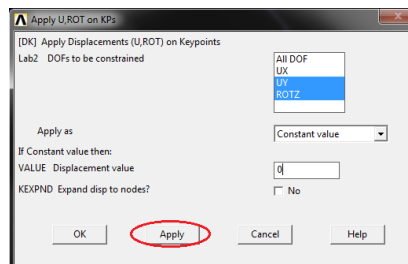
Az elemek sorszámaikat a középső csomópont mellett mindkét oldalon feltüntetni. Olyan sűrűn vannak a számok, hogy inkább kapcsoljuk ki azokat. Ezt a jobboldali ábra mutatja.

12. A kinematikai peremfeltételeket a síkgörbe két végpontjára adjuk meg.
A csomópontoknak 3 szabadságfoka van: x , y irányú elmozdulás és φ_z szögelfordulás.

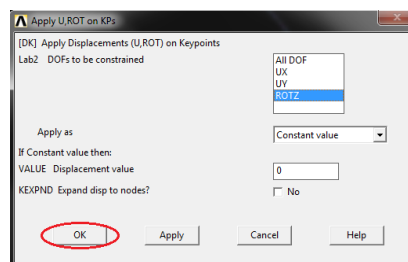


ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Loads ⇒ Define Loads ⇒ Apply ⇒ Structural ⇒ Displacement ⇒ On Keypoints

Jelöljük ki a P_2 pontot, és OK. Erre a pontra azt állítjuk be, hogy szimmetrikus az x tengelyre a síkgörbe.



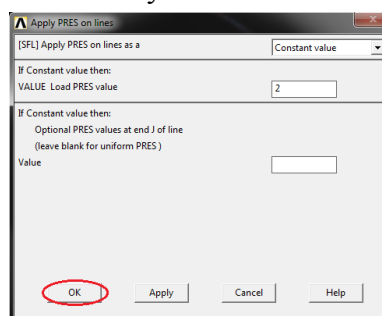
Az **Apply** után jelöljük ki a P_5 pontot. Itt a szimmetria miatt $u_x = 0$, $\varphi_z = 0$. Az $u_x = 0$ -t nem kell beállítani, mert a P_5 pont rajta van a forgástengelyen, és onnan nem mozdulhat el.



13. A belső nyomást a síkgörbére adjuk meg.

ANSYS Main Menu ⇒ Preprocessor ⇒ Loads ⇒ Define Loads ⇒ Apply ⇒ Structural ⇒ Pressure ⇒ On Lines

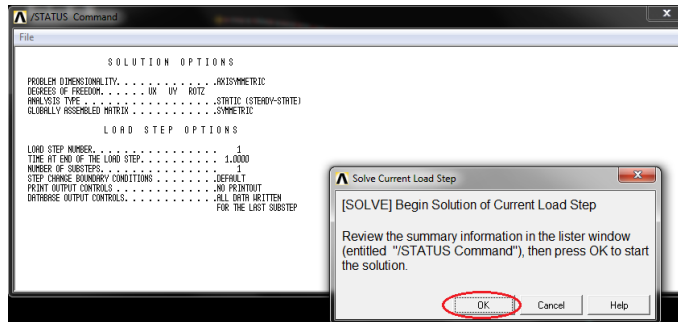
Jelöljük ki a 3 vonalat, majd **OK**. A belső nyomás 2 MPa.



14. Indítsuk el a számítást.

ANSYS Main Menu ⇒ Solution ⇒ Solve ⇒ Current LS

A parancs kiadásakor felugrik 2 ablak. Az **OK**-ra kattintva elindítjuk a számítást.



Jól lefutott a számítás, ha kiírja egy kis ablakban: Solution is done! Ezt a Close ikonnal, és a még fent lévő STATUS Command ablakot jobboldalt felül az x-szel zárjuk be.

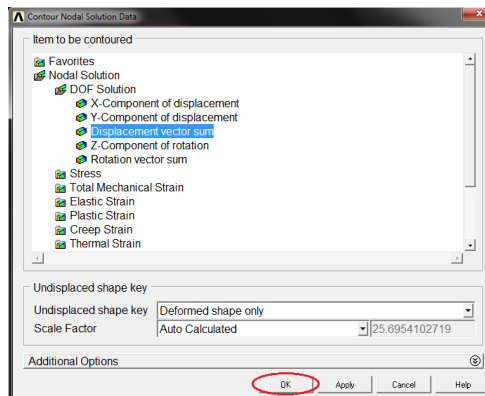
15. Nézzük először a deformált alakot többszörös nagyításban.

ANSYS Main Menu ⇒ General Postproc ⇒ Plot Results ⇒ Deformed Shape

Jelöljük be, hogy rajzolja ki a deformált és a nem deformált alakot is (Def+undeformed).

16. A csomóponti elmozdulásmező színskálával

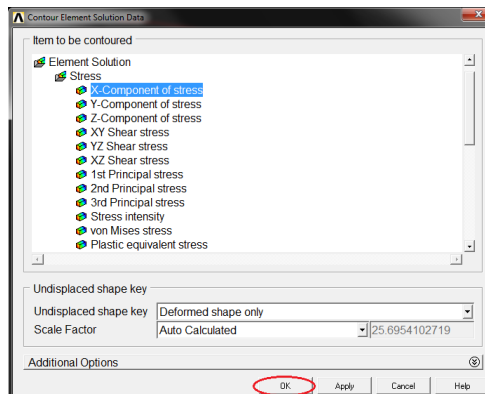
ANSYS Main Menu ⇒ General Postproc ⇒ Plot Results ⇒ Contour Plot ⇒ Nodal Solution



Az illusztrációban az eredő elmozdulás beállítását látjuk.

17. Feszültségek szemléltetése színskálával

ANSYS Main Menu ⇒ General Postproc ⇒ Plot Results ⇒ Contour Plot ⇒ Element Solution



Az ábrán a $\sigma_R (= \sigma_x)$ feszültséget kérjük az OK-val.

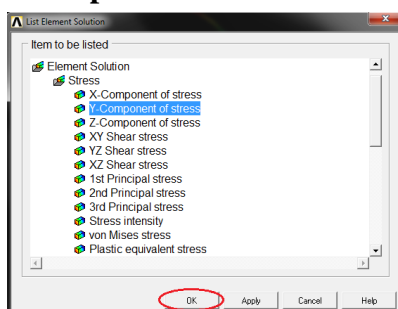
A tengelyeket a geometria rajzolásánál leírtak szerint nézzük. Az $R\varphi y$ hengerkoordináta-rendszerben a feszültség koordináták:

$$\begin{aligned}\sigma_R &= \sigma_x & \tau_{R\varphi} &= -\tau_{xz} \\ \sigma_\varphi &= \sigma_z & \tau_{\varphi y} &= -\tau_{yz} \\ \sigma_y &= \sigma_y & \tau_{Ry} &= \tau_{xy}\end{aligned}$$

Forgásszimmetrikus a tartály geometriája és a terhelése, emiatt $\tau_{y\varphi} = \tau_{R\varphi} = 0$.

18. Feszültségeket ki tudjuk listázni az elemekre.

ANSYS Main Menu \Rightarrow General Postproc \Rightarrow List Results \Rightarrow Element Solution



Ha valamelyik feszültség koordinátát állítjuk be (pl. σ_y), és OK-t nyomunk, akkor kiírja az összes koordinátát táblázatosan.

19. Vizsgáljuk meg a feszültségeket a tartály függőleges részén.

A kilistázott táblázatból nézzük meg a normál feszültségeket a függőleges részen az egyik elemre:

$$\sigma_R = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_\varphi = 250 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 125 \text{ MPa}$$

Számoljuk ki kazánformulával is ezeket a feszültségeket:

$$\sigma_R = -p = -2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_\varphi = \frac{D \cdot p}{2 \cdot v} = \frac{2500 \cdot 2}{2 \cdot 10} = 250 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = \sigma_a = \frac{D \cdot p}{4 \cdot v} = \frac{2500 \cdot 2}{4 \cdot 10} = 125 \text{ MPa}$$

A σ_a az axiális normál feszültséget jelöli.

A sugár irányú normál feszültségnél van különbség a végelem modell és a kazánformula között.

A Kirchhoff-Love-féle geometriai hipotézis következménye az $\underline{\underline{A}}$ alakváltozási állapot.

$$\left[\underline{\underline{A}} \right]_{R\varphi y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\varphi & \frac{1}{2} \gamma_{\varphi y} \\ 0 & \frac{1}{2} \gamma_{y\varphi} & \varepsilon_y \end{bmatrix}$$

A $\sigma_R = -2$ MPa . A feszültségi hipotézis szerint $\sigma_R \approx 0$, amiből a feszültségi tenzor:

$$\underline{\underline{F}}_{R\varphi y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi & \tau_{\varphi y} \\ 0 & \tau_{y\varphi} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

A tartály geometriája és terhelése is forgásszimmetrikus, emiatt a $\tau_{\varphi y} = \tau_{y\varphi} = 0$, és ebből következően $\gamma_{\varphi y} = \gamma_{y\varphi} = 0$.