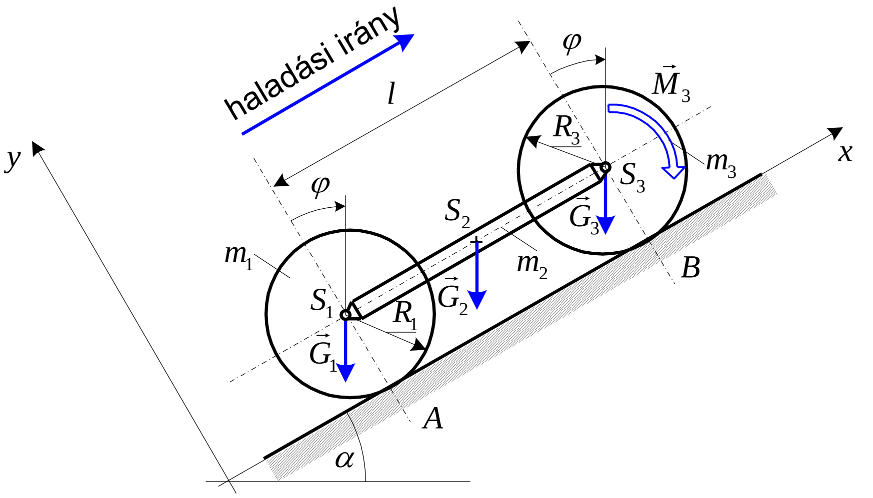
13. MECHANIKA-MOZGÁSTAN GYAKORLAT
(kidolgozta: Németh Imre óraadó tanár, Bojtár Gergely egyetemi ts., Szüle Veronika, egy. ts.)

13/1. feladat: Szerkezetek kinetikája, jármű modell



Adott:
$m_1 = m_3 = 50\,\text{kg}$,
$m_2 = 600\,\text{kg}$,
$R_1 = R_3 = R = 0{,}3\,\text{m}$,
$\alpha = 30^\circ$, $\mu_0 = 0{,}6$
$\vec{a}_0 = \left(0{,}2\,\vec{i}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$l = 2{,}4\,\text{m}$

Feladat:

a) Határozza meg az $\vec{M}_3$ nyomaték értékét, amellyel az $\vec{a}_0$ gyorsulás biztosítható!
b) Határozza meg a B pontban ébredő $\vec{F}_k$ kényszererő nagyságát!
c) Megcsúszik-e a meghajtott kerék?
d) Határozza meg a 2. és a 3. jelű tömeg között ébredő $\vec{F}_{23}$ belső erő értékét!

Kidolgozás:

Általános koordináta választás:

$q = u_S$ - elmozdulás
$\dot{q} = v_S$ - sebesség
$\ddot{q} = a_S$ - gyorsulás

a) Az $\vec{M}_3$ nyomaték meghatározása:

Az ismeretlen nyomaték az ábra alapján legyen: $\vec{M}_3 = \left(-M_3\vec{k}\right)$.

A jármű haladó mozgást végez és az egyes tömegek közötti kényszerkapcsolat miatt mindhárom tömeg súlypontjának sebessége azonos, tehát $\vec{v}_{S1} = \vec{v}_{S2} = \vec{v}_{S3} = \vec{v}_S = \left(v_S\vec{i}\right)$, továbbá $\vec{a}_0 = \left(a_0\vec{i}\right) = \vec{a}_{S1} = \vec{a}_{S2} = \vec{a}_{S3}$, valamint $R_1 = R_3$ miatt $\omega_1 = \omega_3 = \left(-\omega\vec{k}\right)$.

Tiszta (csúszásmentes) gördülést feltételezve: $v_{S1} = R\omega = R\dot{\varphi} \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = \omega_3 = \dfrac{v_S}{R}$

Energiatétel az egész szerkezetre:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E} = P$$

Szerkezet mozgási energiája:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = \frac{1}{2} J_a \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{S2}^2 + \frac{1}{2} J_b \omega_3^2 = \frac{1}{2} J_a \left(\frac{v_S}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 v_S^2 + \frac{1}{2} J_b \left(\frac{v_S}{R} \right)^2$$

$$E = \frac{1}{2} \underbrace{\left(J_a \frac{1}{R^2} + m_2 + J_b \frac{1}{R^2} \right)}_{m_{red}} v_S^2 = \frac{1}{2} m_{red} v_S^2$$

A redukált tömeg: $m_{red} = \frac{1}{R^2} \left(J_a + J_b \right) + m_2 = \frac{1}{R^2} \left(\frac{3}{2} m_1 R^2 + \frac{3}{2} m_3 R^2 \right) + m_2$

$$m_{red} = \left(\frac{3}{2} m_1 + \frac{3}{2} m_3 \right) + m_2 = 75 + 75 + 600 = 750 \text{ kg}$$

$$\dot{E} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_{red} v_S^2 \right) = \frac{1}{2} m_{red} 2 v_S a_S = m_{red} v_S a_0$$

Szerkezetre ható ER teljesítménye:

$$P = \vec{M}_3 \cdot \vec{\omega}_3 + \vec{G}_1 \cdot \vec{v}_{S1} + \vec{G}_2 \cdot \vec{v}_{S2} + \vec{G}_3 \cdot \vec{v}_{S3} = \vec{M}_3 \cdot \vec{\omega}_3 + \left(\vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \vec{G}_3 \right) \vec{v}_S$$

$$P = \left(-M_3 \vec{k} \right) \cdot \left(-\omega_3 \vec{k} \right) + \left(-G_1 \sin\alpha \vec{i} - G_1 \cos\alpha \vec{j} \right) \cdot \left(v_S \vec{i} \right) + \left(-G_2 \sin\alpha \vec{i} - G_2 \cos\alpha \vec{j} \right) \cdot \left(v_S \vec{i} \right) +$$

$$+ \left(-\vec{G}_3 \sin\alpha \vec{i} - \vec{G}_3 \cos\alpha \vec{j} \right) \cdot \left(v_S \vec{i} \right)$$

$$P = M_3 \omega_3 - \left(G_1 + G_2 + G_3 \right) \sin\alpha v_S = M_3 \frac{v_S}{R} - \left(G_1 + G_2 + G_3 \right) \sin\alpha v_S$$

Így: $\dot{E} = P$

$$m_{red} v_S a_0 = M_3 \frac{v_S}{R} - \left(G_1 + G_2 + G_3 \right) \sin\alpha v_S$$

$$m_{red} R a_0 = M_3 - \left(G_1 + G_2 + G_3 \right) R \sin\alpha$$

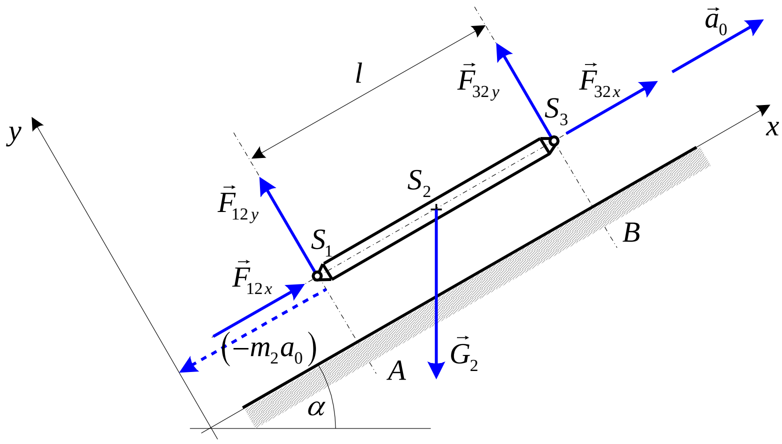
$$M_3 = m_{red} R a_0 + \left(G_1 + G_2 + G_3 \right) R \sin\alpha$$

$$M_3 = 750 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + \left(500 + 6000 + 500 \right) \cdot 0,3 \cdot 0,5 = 45 + 1050 = 1095 \text{ Nm}$$

$$\vec{M}_3 = \left(-1095\, \vec{k} \right) \text{Nm}$$

b) A B pontban ható $\vec{F}_k$ kényszererő meghatározása:

Vizsgálatainkat kezdjük a 2. jelű testtel. A 2. jelű test csak haladó mozgást végez, így ε_2 szöggyorsulása zérus! Az S_1 és S_2 jelű pontokban ébredő belső erőket nem ismerjük, így vegyük fel a 3. jelű testről a 2. jelű testre átadódó belső erőt $\vec{F}_{32} = \left(F_{32x} \vec{i} + F_{32y} \vec{j} \right)$, továbbá az 1. jelű testről a 2. jelű testre átadódó belső erőt $\vec{F}_{12} = \left(F_{12x} \vec{i} + F_{12y} \vec{j} \right)$ alakban.



Perdület tétel az S_1 pontra:

$$\frac{d\vec{\pi}_{S1}}{dt} = \dot{\vec{\pi}}_{S1} = \vec{0} = \vec{M}_{S1}$$

$$M_{S1} = 0 = F_{32y} l - G_2 \cos\alpha \frac{l}{2}$$

$$F_{32y} = \frac{G_2}{2} \cos\alpha l$$

$$F_{32y} = \frac{1}{2} \cdot 6000 \cdot 0,866 = 2598 \text{ N}$$

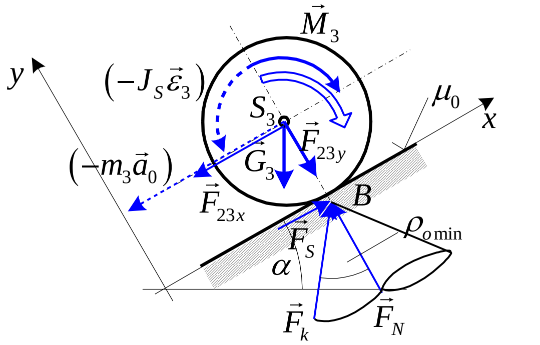
$$\vec{F}_{32y} = \left(2598\, \vec{j}\right) \text{N}$$

Az „akció-reakció” elv alapján a 2. jelű testről a 3. jelű testre átadódó belső erő: $\vec{F}_{23}$.

$$\vec{F}_{32} + \vec{F}_{23} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}$$

$$\vec{F}_{23} = \left(-F_{23x}\vec{i} - F_{23y}\vec{j}\right) = \left(-F_{23x}\vec{i} - 2598\vec{j}\right) N$$

A 3. jelű test vizsgálata:



Az impulzus tétel alapján:

$$\vec{F} = m_3 \vec{a}_{S3} = m_3 \vec{a}_0$$

$$\vec{F} + \left(-m_3 \vec{a}_0\right) = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{23} + \vec{G}_3 + \vec{F}_k + \left(-m_3 \vec{a}_0\right) = \vec{0}$$

$$F_{23x}\vec{i} - F_{23y}\vec{j} + \left(-G_3 \sin\alpha \vec{i} - G_3 \cos\alpha \vec{j}\right) + \left(F_S \vec{i} + F_N \vec{j}\right) + \left(-m_3 a_0 \vec{i}\right) = \vec{0} \qquad / \cdot \vec{i} \quad / \cdot \vec{j}$$

$$(1) \quad F_{23x} - G_3 \sin\alpha + F_S - m_3 a_0 = 0 \qquad (2) \quad -F_{23y} - G_3 \cos\alpha + F_N = 0$$

$$F_{23x} = -G_3 \sin\alpha + F_S - m_3 a_0 \qquad F_N = F_{23y} + G_3 \cos\alpha = 2598 + 500 \cdot 0,866 = 3030\ N$$

Az S_3 pontra felírt perdület tétel alapján:

$$\frac{d\vec{\pi}_{S3}}{dt} = \dot{\vec{\pi}}_{S3} = \vec{M}_{S3}$$

$$\underline{\underline{J}}_{S3} \vec{\varepsilon}_3 + \underbrace{\vec{\omega}_3 \times \vec{\pi}_{S3}}_{=\vec{0},\ mert\ \|-ak} = \vec{M}_{S3} \quad \Rightarrow \quad \vec{M}_{S3} + \left(-J_{S3} \varepsilon_3 \vec{k}\right) = \vec{0} \qquad \text{legyen } \vec{\varepsilon}_3 = \left(-\varepsilon_3 \vec{k}\right) = \left(-\frac{a_0}{R} \vec{k}\right)$$

$$\left(F_S R \vec{k}\right) + \left(-M_3 \vec{k}\right) + \left(J_{S3} \varepsilon_3 \vec{k}\right) = \vec{0} \qquad / \cdot \vec{k}$$

$$F_S R - M_3 + J_{S3} \varepsilon_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_S R - M_3 + \left(\frac{1}{2} m_3 R^2\right) \frac{a_0}{R} = 0$$

$$F_S = \frac{M_3}{R} - \frac{1}{2} m_3 a_0 = \frac{1095}{0,3} - \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0,2 = 3650 - 5 = 3645 \text{ N}$$

A fentiek alapján tehát a B pontban ható kényszererő: $\vec{F}_k$.

$$\vec{F}_k = \left(F_S \vec{i} + F_N \vec{j}\right) = \left(3645\,\vec{i} + 3030\,\vec{j}\right)\mathrm{N}$$

c) A minimálisan szükséges nyugvásbeli súrlódási tényező értéke:

$$\mu_{0\min} = \frac{F_S}{F_N} = \frac{3645}{3030} = 1{,}2 > \mu_0 = 0{,}6 \quad \Rightarrow \quad \text{a kerék megcsúszik!}$$

d) Az $\vec{F}_{23}$ belső erő meghatározása:

Az előzőek alapján:

$$(1) \quad F_{23x} = -G_3 \sin\alpha + F_S - m_3 a_0$$

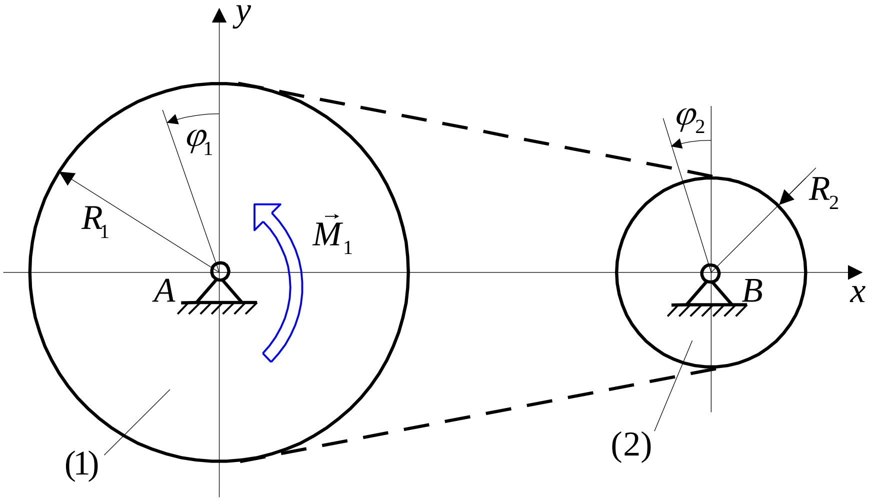
$$F_{23x} = -500 \cdot 0{,}5 + 3645 - 50 \cdot 0{,}2 = -250 + 3645 - 10 = 3385\ N$$

$$\vec{F}_{23} = \left(-F_{23x}\vec{i} - F_{23y}\vec{j}\right) = \left(-3385\,\vec{i} - 2598\,\vec{j}\right)N$$

$$F_{23} = \sqrt{3385^2 + 2598^2} = 4267\ N$$

$$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23} = \left(3385\,\vec{i} + 2598\,\vec{j}\right)N$$

13/2. feladat: Szerkezetek kinetikája (lánchajtás, szíjhajtás)



Adott:

$J_a = 200\ \mathrm{kgm}^2$,

$J_b = 100\ \mathrm{kgm}^2$,

$R_1 = 0{,}3\ \mathrm{m}$,

$R_2 = 0{,}15\ \mathrm{m}$,

$M_1 = 300\ \mathrm{Nm}$

A lánc ill. a szíj tömege elhanyagolható és nyújthatatlan!

Feladat:

a) Határozza meg a (2)-s jelű kerék $\vec{\varepsilon}_2$ szöggyorsulását!

Általános koordináta választás:

$q = \varphi_2$ - szögelfordulás

$\dot{q} = \dot{\varphi}_2 = \omega_2$ - szögsebesség

$\ddot{q} = \ddot{\varphi}_2 = \varepsilon_2$ - szöggyorsulás

A lánc nyújthatatlan így $R_1\varphi_1 = R_2\varphi_2$, továbbá $R_1\omega_1 = R_2\omega_2$, $R_1\varepsilon_1 = R_2\varepsilon_2$.

Az (1)-s kerék szögsebessége: $\omega_1 = \dfrac{R_2}{R_1}\omega_2$

Az ábra alapján: $\vec{\omega}_1 = \left(\omega_1\vec{k}\right)$, $\vec{\omega}_2 = \left(\omega_2\vec{k}\right)$, $\vec{\varepsilon}_2 = \left(\varepsilon_2\vec{k}\right)$, $\vec{M}_1 = \left(M_1\vec{k}\right)$

Az energia tétel alapján: $\dot{E} = P$

Szerkezet mozgási energiája:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2}J_a\omega_1^2 + \frac{1}{2}J_b\omega_2^2 = \frac{1}{2}J_a\left(\frac{R_2}{R_1}\omega_2\right)^2 + \frac{1}{2}J_b\omega_2^2$$

$$E = \frac{1}{2}\underbrace{\left(J_a\frac{R_2^2}{R_1^2} + J_b\right)}_{J_{red}}\omega_2^2 = \frac{1}{2}J_{red}\omega_2^2$$

A redukált tehetetlenségi nyomaték: $J_{red} = \left(J_a\dfrac{R_2^2}{R_1^2} + J_b\right) = 200\cdot\dfrac{0{,}15^2}{0{,}3^2} + 100 = 150\ \mathrm{kgm}^2$

$$\dot{E} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_{red}\omega_2^2\right) = \frac{1}{2}J_{red}2\omega_2\varepsilon_2 = J_{red}\omega_2\varepsilon_2$$

$$\dot{E} = J_{red}\omega_2\varepsilon_2$$

Szerkezetre ható ER teljesítménye:

$$P=\vec{M}_1\cdot\vec{\omega}_1+\underbrace{\vec{F}_A\cdot\vec{v}_A}_{=\vec{0}}+\underbrace{\vec{F}_B\cdot\vec{v}_B}_{=\vec{0}}=\left(M_1\vec{k}\right)\cdot\left(\omega_1\vec{k}\right)=M_1\omega_1=M_1\frac{R_2}{R_1}\omega_2$$

A fentiek alapján: $\dot{E}=P$

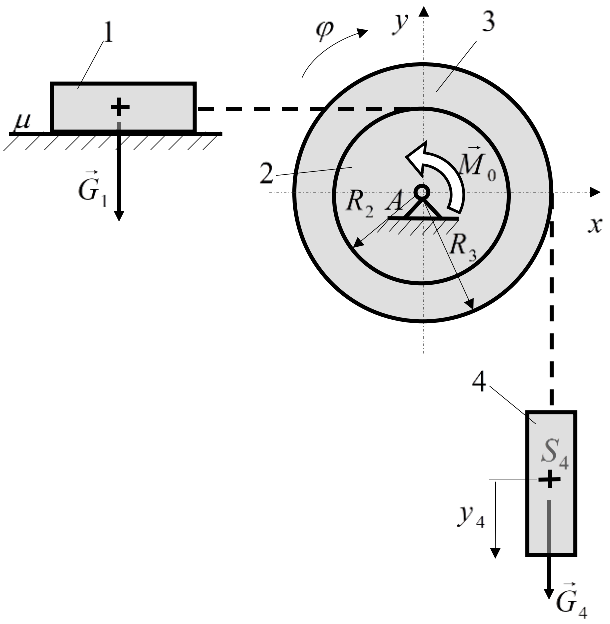
$$J_{red}\omega_2\varepsilon_2=M_1\frac{R_2}{R_1}\omega_2$$

$$J_{red}\varepsilon_2=M_1\frac{R_2}{R_1}$$

$$\varepsilon_2=M_1\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{J_{red}}$$

$$\varepsilon_2=300\cdot\frac{0{,}15}{0{,}3}\frac{1}{150}=1\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\qquad\qquad \vec{\varepsilon}_2=\left(1\vec{k}\right)\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

13/3. feladat: Szerkezetek kinetikája



Adott: A négy testből álló összetett rendszer. Az (1) és (4) jelű hasábok haladó, a (2) és a (3) jelű tárcsák álló tengely körüli forgómozgást végeznek. A hasábok a tárcsákhoz súlytalan, tökéletesen hajlékony kötéllel kapcsolódnak. Az a tengely körül forgó tömegeknek a forgástengelyre számított tehetetlenségi nyomatéka J_a. Az ellenállások elhanyagolhatók, a kötél a tárcsákon nem csúszik meg.

$J_a = 26\ kgm^2, m_1 = m_4 = 200\ kg$,

$\mu = 0{,}2$, $R_2 = 0{,}2\ m$, $R_3 = 0{,}4\ m$.

Feladat : *a)* Határozza meg mekkora M_0 nyomaték szükséges ahhoz, hogy a (4) jelű test állandó sebességgel mozogjon?

b) Határozza meg a (4) jelű test $\vec{a}_{S4}$ gyorsulását, valamint a K_1 *és* K_2 kötélerőket, ha az $M_0 = 390\ Nm$.

Általános koordináta választás:

$q = \varphi$ - szögelfordulás

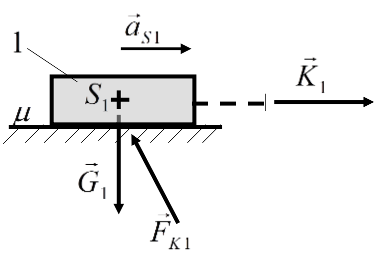
$\dot{q} = \dot{\varphi} = \omega$ - szögsebesség

$\ddot{q} = \ddot{\varphi} = \varepsilon$ - szöggyorsulás

a) feladat rész

Az állandó sebességű mozgás esetén $\vec{a}_{S4} = \vec{0}, \vec{a}_{S1} = \vec{0},$ illetve $\vec{\varepsilon} = \vec{0}$:

Impulzus tétel az (1) hasábra:



$$m_1 \vec{a}_{S1} = \vec{F} = \vec{G}_1 + \vec{K}_1 + \vec{F}_{K1}$$

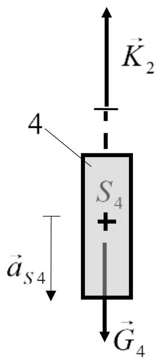
$$\left(m_1 a_{S1} \vec{i}\ \right) = \left(-G_1 \vec{j}\right) + \left(K_1 \vec{i}\right) + \left(-F_{S1}\vec{i} + F_{N1}\vec{j}\ \right)\ / \cdot \vec{i}, \vec{j}$$

$$(1.)\ m_1 a_{S1} = 0 = K_1 - F_{S1} \Rightarrow K_1 = F_{S1} = \mu F_{N1} = 0{,}2 \cdot 2000 = 400\ N$$

$$(2.)\ 0 = -G_1 + F_{N1} \quad \Rightarrow F_{N1} = G_1 = m_1 g = 2000\ N$$

$$\vec{F}_{K1} = \left(-F_{S1}\vec{i} + F_{N1}\vec{j}\right) = \left(-\mu F_{N1}\vec{i} + F_{N1}\vec{j}\right) = (-400\,\vec{i} + 2000\,\vec{j})\ N$$

Impulzus tétel a (2) hasábra:

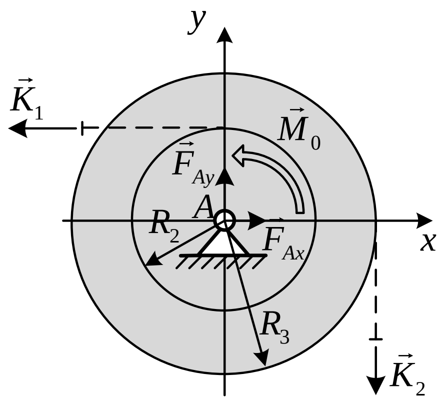


$$m_4\,\vec{a}_{S4} = \vec{F} = \vec{G}_4 + \vec{K}_2$$

$$\left(-m_4\,a_{S4}\vec{j}\right) = \left(-G_4\,\vec{j}\right) + \left(K_2\,\vec{j}\right) \quad /\cdot\vec{j}$$

$$(3.)\quad -m_4\,a_{S4} = 0 = -G_4 + K_2 \;\Rightarrow\; K_2 = G_4 = m_4 g = 2000N$$

Perdület tétel a (2,3) tárcsák *A* pontjára:



$$\frac{d\vec{\pi}_A}{dt} = \dot{\vec{\pi}}_A = \vec{M}_A$$

$$\underline{\underline{J}}_A\vec{\varepsilon} + \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{\pi}_A}_{=\vec{0},\ mert\ \|-ak} = \vec{M}_A$$

$$J_a\left(\varepsilon\,\vec{k}\right) = \vec{M}_A = \left(K_1R_2\vec{k}\right) + \left(-K_2R_3\vec{k}\right) + \left(M_0\vec{k}\right) \quad /\cdot\vec{k}$$

$$J_a\varepsilon = 0 = K_1R_2 - K_2R_3 + M_0$$

$$M_0 = -K_1R_2 + K_2R_3 = -400\cdot 0,2 + 2000\cdot 0,4 = 720Nm$$

$$\vec{M}_0 = \left(720\vec{k}\right)Nm$$

Ellenőrzés energia tétellel:

Az energia tétel: $\dot{E} = P$

Szerkezet mozgási energiája:

$$E = E_1 + E_{23} + E_4 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}J_a\omega^2 + \frac{1}{2}m_4v_4^2 = \frac{1}{2}m_1R_2^2\omega^2 + \frac{1}{2}J_a\omega^2 + \frac{1}{2}m_4R_3^2\omega^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\left[m_1R_2^2 + J_a + m_4R_3^2\right]\omega^2 = \frac{1}{2}J_{red}\omega^2$$

A redukált tehetetlenségi nyomaték:

$$J_{red} = \left[m_1R_2^2 + J_a + m_4R_3^2\right] = 200\cdot 0,2^2 + 26 + 200\cdot 0,4^2 = 66\ \text{kgm}^2$$

$$\dot{E} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_{red}\omega^2\right) = \frac{1}{2}J_{red}2\omega\,\varepsilon = J_{red}\omega\,\varepsilon$$

Szerkezetre ható ER teljesítménye:

$$P = \vec{M}_0\cdot\vec{\omega} + \underbrace{\vec{G}_1\cdot\vec{v}_1}_{=0} + \vec{G}_2\cdot\vec{v}_2 + \underbrace{\vec{F}_A\cdot\vec{v}_A}_{=\vec{0}} + \vec{F}_{K1}\cdot\vec{v}_1 =$$

$$= \left(M_0\vec{k}\right)\cdot\left(-\omega\,\vec{k}\right) + \left(-G_2\vec{j}\right)\cdot\left(-v_2\vec{j}\right) + \left(-F_{S1}\vec{i} + F_{N1}\vec{j}\right)\cdot\left(v_1\vec{i}\right) = -M_0\omega + G_2v_2 - F_{S1}v_1 =$$

$$= -M_0\omega + G_2R_3\omega - F_{S1}R_2\omega = \left[-M_0 + G_2R_3 - F_{S1}R_2\right]\omega$$

Visszahelyettesítve az energia tételbe:

$$J_{red}\omega\,\varepsilon\ =\left[-M_0+G_2R_3-F_{S1}R_2\right]\omega$$

$$J_{red}\varepsilon\ =0=\left[-M_0+G_2R_3-F_{S1}R_2\right]$$

$$M_0=G_2R_3-F_{S1}R_2=2000\cdot 0,4-400\cdot 0,2=800-80=720Nm$$

$$\vec{M}_0=\left(720\vec{k}\right)Nm$$

b) A (4) hasáb gyorsulása és a kötélerők meghatározása adott nyomaték esetén:

Az energia tétel: $\dot{E}=P$

Szerkezet mozgási energiája:

$$E=E_1+E_{23}+E_4=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}J_a\omega^2+\frac{1}{2}m_4v_4^2=\frac{1}{2}m_1R_2^2\omega^2+\frac{1}{2}J_a\omega^2+\frac{1}{2}m_4R_3^2\omega^2=$$

$$=\frac{1}{2}\left[m_1R_2^2+J_a+m_4R_3^2\right]\omega^2=\frac{1}{2}J_{red}\omega^2$$

A redukált tehetetlenségi nyomaték:

$$J_{red}=\left[m_1R_2^2+J_a+m_4R_3^2\right]=200\cdot 0,2^2+26+200\cdot 0,4^2=66\ \mathrm{kgm}^2$$

$$\dot{E}=\frac{dE}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_{red}\omega^2\right)=\frac{1}{2}J_{red}2\omega\,\varepsilon\ =J_{red}\omega\,\varepsilon$$

Szerkezetre ható ER teljesítménye:

$$P=\vec{M}_0\cdot\vec{\omega}\ +\underbrace{\vec{G}_1\cdot\vec{v}_1}_{=0}+\vec{G}_2\cdot\vec{v}_2+\underbrace{\vec{F}_A\cdot\vec{v}_A}_{=\vec{0}}+\vec{F}_{K1}\cdot\vec{v}_1=$$

$$=\left(M_0\vec{k}\right)\cdot\left(-\omega\,\vec{k}\right)+\left(-G_2\vec{j}\right)\cdot\left(-v_2\vec{j}\right)+\left(-F_{S1}\vec{i}+F_{N1}\vec{j}\ \right)\cdot\left(v_1\vec{i}\right)=-M_0\omega+G_2v_2-F_{S1}v_1=$$

$$=-M_0\omega+G_2R_3\omega-F_{S1}R_2\omega=\left[-M_0+G_2R_3-F_{S1}R_2\right]\omega$$

Visszahelyettesítve az energia tételbe:

$$J_{red}\omega\,\varepsilon\ =\left[-M_0+G_2R_3-F_{S1}R_2\right]\omega$$

$$J_{red}\varepsilon\ =\left[-M_0+G_2R_3-F_{S1}R_2\right]$$

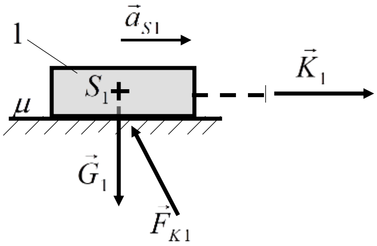
$$\varepsilon\ =\frac{1}{J_{red}}\left[-M_0+G_2R_3-\underbrace{F_{S1}}_{\mu F_{N1}}R_2\right]=\frac{1}{66}\left[-390+2000\cdot 0,4-400\cdot 0,2\right]=5\frac{rad}{s^2}$$

$$\vec{\varepsilon}=\left(-5\vec{k}\right)\frac{rad}{s^2}$$

$$\vec{a}_{S1}=\vec{\varepsilon}\times\vec{R}_2=\left(-5\vec{k}\right)\times\left(0,2\vec{j}\right)=\left(1\vec{i}\right)\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{a}_{S4}=\vec{\varepsilon}\times\vec{R}_3=\left(-5\vec{k}\right)\times\left(0,4\vec{i}\right)=\left(-2\vec{j}\right)\frac{m}{s^2}$$

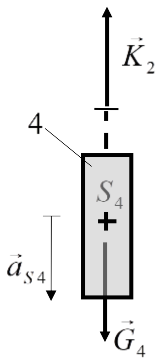
Impulzus tétel az (1) hasábra:



$$m_1\,\vec{a}_{S1}=\vec{F}=\vec{G}_1+\vec{K}_1+\vec{F}_{K1}$$
$$\left(m_1\,a_{S1}\vec{i}\;\right)=\left(-G_1\,\vec{j}\right)+\left(K_1\,\vec{i}\right)+\left(-F_{S1}\vec{i}+F_{N1}\vec{j}\;\right)\quad /\cdot\vec{i}\,,\,\vec{j}$$

$$(1.)\;\; m_1\,a_{S1}=K_1-F_{S1}\;\;\Rightarrow\;\; K_1=m_1\,a_{S1}+F_{S1}=m_1\,a_{S1}+\mu F_{N1}=200\cdot 1+0,2\cdot 2000=600\;N$$
$$(2.)\;\; 0=-G_1+F_{N1}\quad\Rightarrow\;\; F_{N1}=G_1=m_1 g=2000\;\;N$$
$$\vec{F}_{K1}=\left(-F_{S1}\vec{i}+F_{N1}\vec{j}\right)=\left(-\mu\,F_{N1}\vec{i}+F_{N1}\vec{j}\right)=(-400\,\vec{i}+2000\,\vec{j})\;\;N$$
$$\vec{K}_1=\left(600\vec{i}\;\right)N$$

Impulzus tétel a (2) hasábra:



$$m_4\,\vec{a}_{S4}=\vec{F}=\vec{G}_4+\vec{K}_2$$
$$\left(-m_4\,a_{S4}\vec{j}\right)=\left(-G_4\,\vec{j}\right)+\left(K_2\,\vec{j}\right)\quad /\cdot\vec{j}$$
$$(3.)\quad -m_4\,a_{S4}=-G_4+K_2\;\;\Rightarrow\;\; K_2=G_4-m_4\,a_{S4}=2000-200\cdot 2=1600N$$

$$\vec{K}_2=\left(1600\,\vec{j}\right)N$$