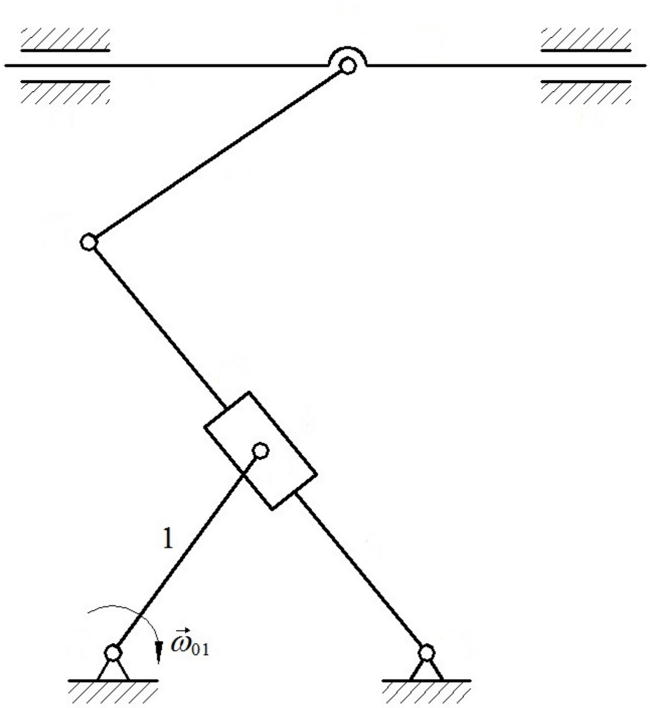
SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM **ALKALMAZOTT MECHANIKA TANSZÉK**

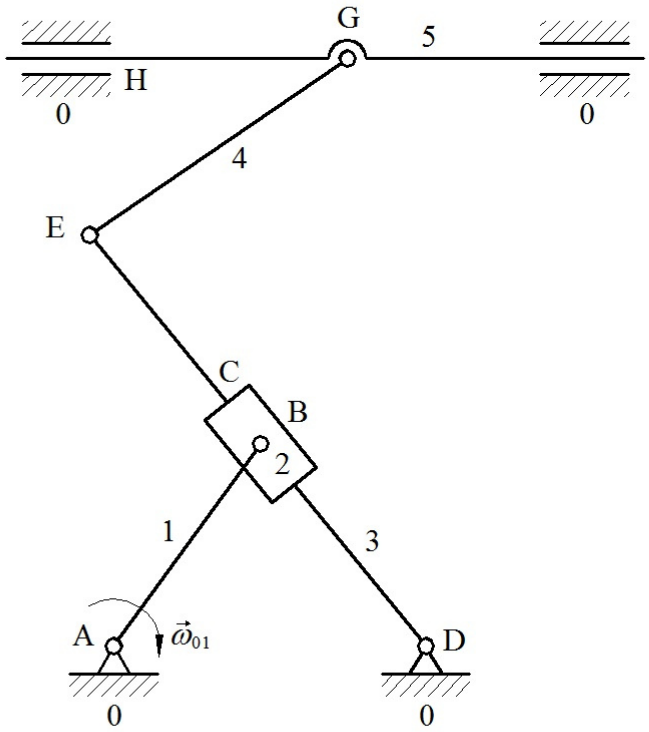
MECHANIZMUSOK 2. HÁZI FELADAT MINTA
(Sebességábra, kinematikai egyensúly tétel)

1. Az ábrán látható szerkezet vonalas vázlatán jelölje be nagy betűkkel a kényszereket (ügyelve az aktív kényszerek és a két szabadságfokú kényszerek jelölésére) és számokkal a tagokat!
2. Írja fel a mechanizmus legegyszerűbb szerkezeti képletét!
3. Határozza meg (kinematikai lánconként) a mechanizmus geometriai határozottsági fokát!
4. Határozza meg (kinematikai lánconként) a mechanizmus kinematikai határozottsági fokát!
5. Rajzolja meg a vázolt helyzetben a mechanizmus sebességábráját a geometriai méretekkel arányosan!
6. Határozza meg a kinematikai egyensúly tételének segítségével az egyes tagok szögsebességeit (abszolút szögsebességeit), illetve a gépállványon lévő csúszkákban a tagok sebességeit (abszolút sebességeit) parametrikusan az ω_{01} szögsebesség és a felvett távolságok, szögek függvényében!



Vonalas vázlat

Kényszerek, tagok jelölése



Legegyszerűbb szerkezeti képlet

$$ {}_0\overset{\downarrow}{A}_1\,B_2C_3D_0 \leftarrow {}_3E_4G_5H_0 $$

Geometriai határozottsági fok

$$ s_1^g = s_A^g + s_B^g + s_C^g + s_D^g - \kappa = 1+1+1+1-3 = 1 $$

$$ s_2^g = s_E^g + s_G^g + s_H^g - \kappa = 1+1+1-3 = 0 $$

$$ h_g = s_1^g + s_2^g = 1+0 = 1 $$

Kinematikai határozottsági fok

$$ s_1^k = s_1^g - k_{a1} = 1-1 = 0 $$

$$ s_2^k = s_2^g - k_{a2} = 0-0 = 0 $$

$$ h_k = s_1^k + s_2^k = 0+0 = 0 $$

Mivel $s_1^k = s_2^k = 0$, a ${}_0\overset{\downarrow}{A}_1\,B_2C_3D_0 \leftarrow {}_3E_4G_5H_0$ a legegyszerűbb szerkezeti képlet.
Ez egy egyszerű mechanizmus.

A mechanizmus sebességábrája

${}_{0}\overset{\downarrow}{\mathrm{A}}_{1}\,\mathrm{B}_{2}\mathrm{C}_{3}\mathrm{D}_{0}$ lánc

$\vec{v}_{D0} = \vec{0}$ D pont sebessége a 0 gépállványon

$\underline{\underline{\vec{v}}}_{\mathrm{AB}} + \underline{\vec{v}}_{23} + \underline{\vec{v}}_{\mathrm{CD}} = \vec{0}$ ($\underline{\underline{\vec{v}}}$: irány, nagyság ismert; $\underline{\vec{v}}$: irány ismert)

$\vec{v}_{\mathrm{AB}} = \vec{\omega}_{01} \times \vec{r}_{\mathrm{AB}}, \Rightarrow \quad \vec{v}_{\mathrm{AB}} \perp \vec{r}_{\mathrm{AB}}$ (I)

$|\vec{v}_{\mathrm{AB}}| = |\vec{\omega}_{01}| \cdot |\vec{r}_{\mathrm{AB}}|$

$\vec{v}_{23}$ csúszka irányú (II)

$\vec{v}_{\mathrm{CD}} = \vec{\omega}_{03} \times \vec{r}_{\mathrm{CD}}, \Rightarrow \quad \vec{v}_{\mathrm{CD}} \perp \vec{r}_{\mathrm{CD}}$ (III)

${}_{3}\mathrm{E}_{4}\mathrm{G}_{5}\mathrm{H}_{0}$ lánc

$\vec{v}_{H0} = \vec{0}$ H pont sebessége a 0 gépállványon

$\underline{\underline{\vec{v}}}_{\mathrm{E}} + \underline{\vec{v}}_{\mathrm{EG}} + \underline{\vec{v}}_{50} = \vec{0}$

$\vec{v}_{E} = \vec{v}_{DE}$

$\vec{v}_{C3} = \vec{v}_{DC} = -\vec{v}_{CD}$ $\vec{v}_{C3}$: C pont sebessége a 3. tagon

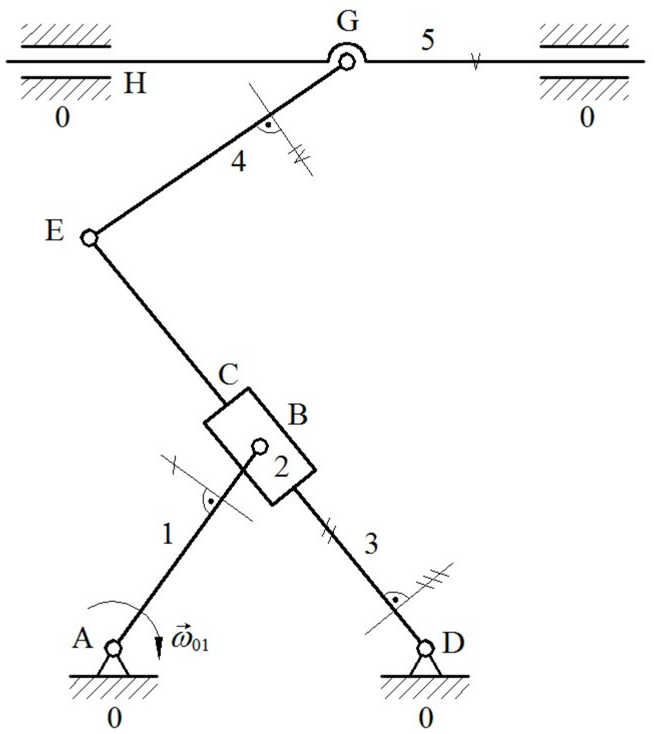
A sebességábrán az E pont arányosságból jön ki.

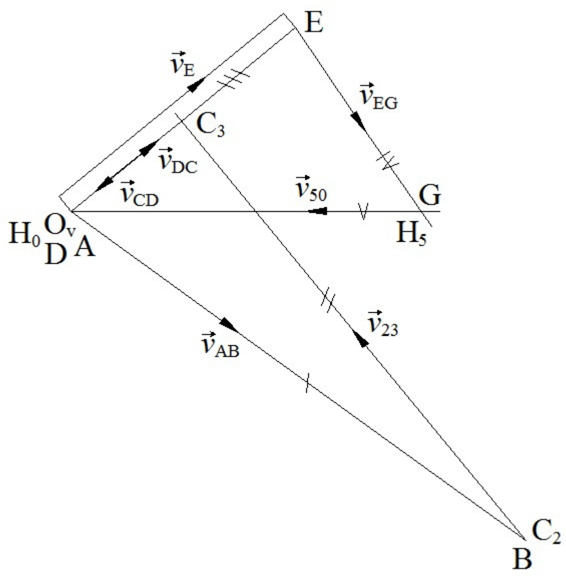
(Megjegyzés: $|\vec{v}_{\mathrm{DE}}| = |\vec{\omega}_{03}| \cdot |\vec{r}_{\mathrm{DE}}|, \quad |\vec{v}_{\mathrm{DC}}| = |\vec{\omega}_{03}| \cdot |\vec{r}_{\mathrm{DC}}|$.)

$$\frac{|\vec{v}_{\mathrm{DE}}|}{|\vec{v}_{\mathrm{DC}}|} = \frac{|\vec{r}_{\mathrm{DE}}|}{|\vec{r}_{\mathrm{DC}}|}, \Rightarrow \qquad |\vec{v}_{\mathrm{E}}| = |\vec{v}_{\mathrm{DE}}| = |\vec{v}_{\mathrm{DC}}| \cdot \frac{|\vec{r}_{\mathrm{DE}}|}{|\vec{r}_{\mathrm{DC}}|}$$

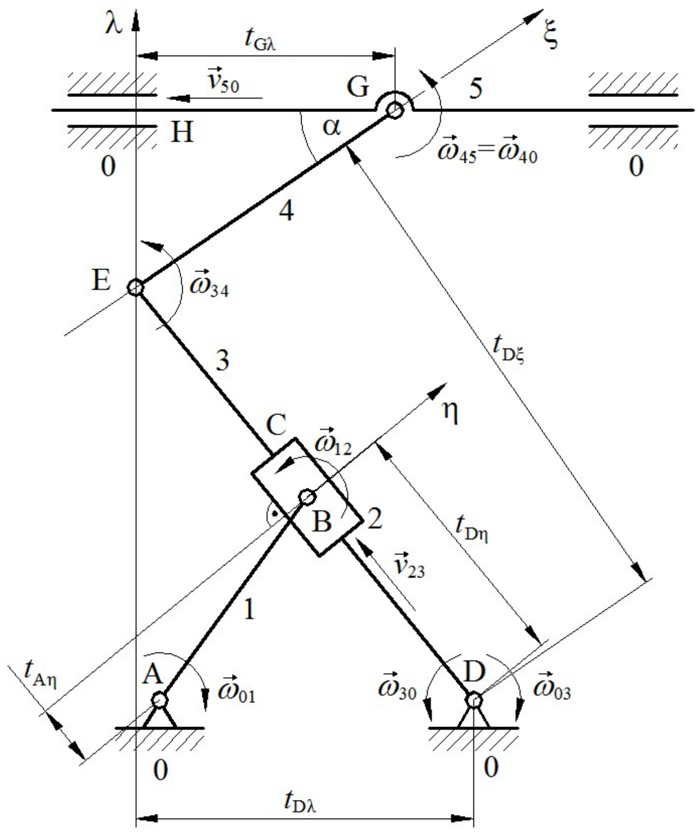
$\vec{v}_{\mathrm{EG}} = \vec{\omega}_{03} \times \vec{r}_{\mathrm{EG}}, \Rightarrow \quad \vec{v}_{\mathrm{EG}} \perp \vec{r}_{\mathrm{EG}}$ (IV)

$\vec{v}_{50}$ csúszka irányú (V)





Kinematikai egyensúly



$_0\overset{\downarrow}{A}_1\, B_2 C_3 D_0$ lánc

Relatív szögsebesség vektorrendszer: $\vec{\omega}_{01}$, $\vec{\omega}_{12}$, $\vec{v}_{23}$, $\vec{\omega}_{30}$.

(Megjegyzés: Olyan tengelyt kell felvenni, melyre felírva a kinematikai egyensúly egyenletét csak 1 db ismeretlen van. Adott az ω_{01}, és az ω_{30}-t szeretnénk meghatározni. Vegyük fel az η tengelyt, mely átmegy a B ponton, és merőleges a $\vec{v}_{23}$ csúszka sebességre. Az ω_{12} nem ad nyomatékot az η tengelyre, mert nincs karja, vagyis $t_{B\eta}=0$. A $\vec{v}_{23}$-nak sincs nyomatéka, mert nincs tengellyel párhuzamos összetevője: $v_{23}\cdot cos\,90°=0$. Az ábrán vegyük fel az ω_{01} és az ω_{30} szögsebességek távolságát az η tengelytől: $t_{A\eta}$, $t_{D\eta}$.)

$$m_\eta = 0 = \omega_{01}\cdot t_{A\eta} - \omega_{30}\cdot t_{D\eta}$$

$$\omega_{30} = \omega_{01}\cdot\frac{t_{A\eta}}{t_{D\eta}}\ (\circlearrowleft), \qquad \omega_{03} = \omega_{30} = \omega_{01}\cdot\frac{t_{A\eta}}{t_{D\eta}}\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{23} = 0,\ \Rightarrow \qquad \omega_{02} = \omega_{03} = \omega_{01}\cdot\frac{t_{A\eta}}{t_{D\eta}}\ (\circlearrowright)$$

A C csúszka kényszer nem a gépállványon van. Ott nem kell abszolút sebességet meghatározni.

$({}_0\mathrm{D})_3\mathrm{E}_4\mathrm{G}_5\mathrm{H}_0$ lánc

Relatív szögsebesség vektorrendszer: $\vec{\omega}_{03}$, $\vec{\omega}_{34}$, $\vec{\omega}_{45}$, $\vec{v}_{50}$.

$$m_{\xi} = 0 = \omega_{03} \cdot t_{\mathrm{D}\xi} - v_{50} \cdot cos\,\alpha$$

$$v_{50} = \omega_{03} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{cos\,\alpha} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{cos\,\alpha}\ (\leftarrow), \qquad v_{05} = v_{50} = \omega_{03} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{cos\,\alpha} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{cos\,\alpha}\ (\rightarrow)$$

$$\omega_{05} = 0\,, \Rightarrow \quad \omega_{45} = \omega_{40}$$

$$m_{\lambda} = 0 = -\omega_{40} \cdot t_{\mathrm{G}\lambda} + \omega_{03} \cdot t_{\mathrm{D}\lambda}$$

$$\omega_{40} = \omega_{03} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}}\ (\circlearrowleft), \qquad \omega_{04} = \omega_{40} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}}\ (\circlearrowright)$$

Abszolút szögsebességek és csúszka sebesség az ω_{01} szögsebesség és a felvett távolságok, szögek függvényében:

$$\omega_{01}\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{02} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}}\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{03} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}}\ (\circlearrowright)$$

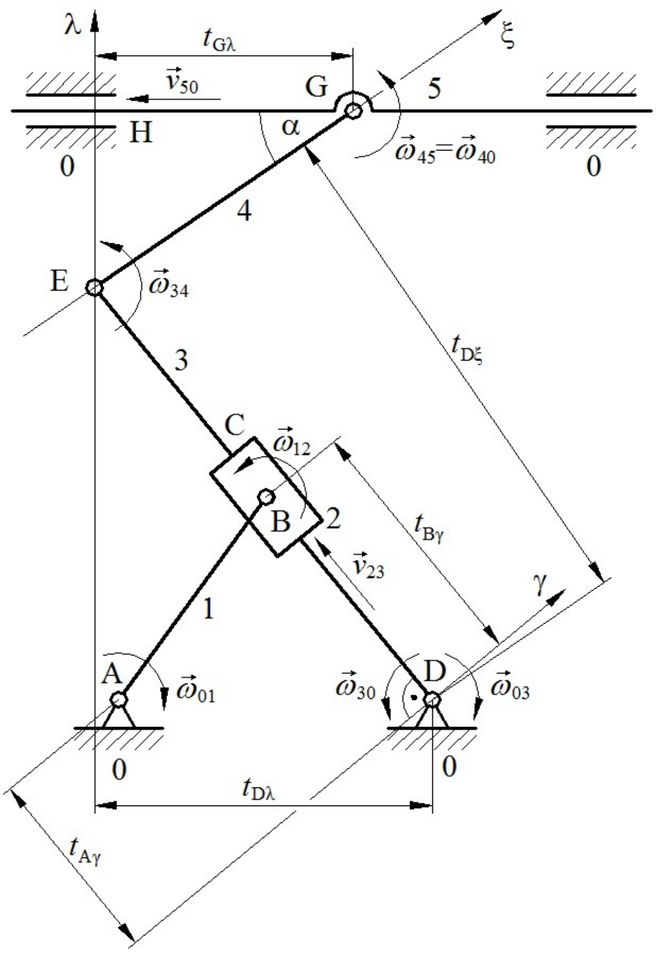
$$\omega_{04} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}}\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{05} = 0$$

$$v_{05} = \omega_{01} \cdot \frac{t_{\mathrm{A}\eta}}{t_{\mathrm{D}\eta}} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{cos\,\alpha}\ (\rightarrow)$$

Kinematikai egyensúly másképp

Az ω_{02}, ω_{03} szögsebesség másképp meghatározva, mint a 4. oldalon.



${}_0\overset{\downarrow}{A}_1\,B_2C_3D_0$ lánc

Relatív szögsebesség vektorrendszer: $\vec{\omega}_{01}$, $\vec{\omega}_{12}$, $\vec{v}_{23}$, $\vec{\omega}_{30}$.

(Megjegyzés: Számoljuk ki az ω_{12}-t. Ehhez vegyük fel a γ tengelyt, és jelöljük az ω_{01} és az ω_{12} szögsebességek távolságát a γ tengelytől: $t_{A\gamma}$, $t_{B\gamma}$.)

$$m_\gamma = 0 = -\omega_{01}\cdot t_{A\gamma} + \omega_{12}\cdot t_{B\gamma}$$

$$\omega_{12} = \omega_{01}\cdot\frac{t_{A\gamma}}{t_{B\gamma}}\ (\circlearrowleft)$$

$\vec{\omega}_{02} = \vec{\omega}_{01} + \vec{\omega}_{12}$ Legyen az ω_{01} ($\circlearrowright$) a pozitív irány, az ω_{12} ($\circlearrowleft$) a negatív.

$$\omega_{02} = \omega_{01} - \omega_{12} = \omega_{01} - \omega_{01}\cdot\frac{t_{A\gamma}}{t_{B\gamma}} = \omega_{01}\cdot\left(1-\frac{t_{A\gamma}}{t_{B\gamma}}\right)$$

$$\frac{t_{A\gamma}}{t_{B\gamma}} < 1,\ \Rightarrow \quad \left(1-\frac{t_{A\gamma}}{t_{B\gamma}}\right) > 0\ \Rightarrow \quad \omega_{02} = \omega_{01}\cdot\left(1-\frac{t_{A\gamma}}{t_{B\gamma}}\right)\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{23} = 0,\ \Rightarrow \quad \omega_{03} = \omega_{02} = \omega_{01}\cdot\left(1-\frac{t_{A\gamma}}{t_{B\gamma}}\right)\ (\circlearrowright)$$

$({}_0\mathrm{D})_3\mathrm{E}_4\mathrm{G}_5\mathrm{H}_0$ lánc

Relatív szögsebesség vektorrendszer: $\vec{\omega}_{03}$, $\vec{\omega}_{34}$, $\vec{\omega}_{45}$, $\vec{v}_{50}$.

$$m_{\xi} = 0 = \omega_{03} \cdot t_{\mathrm{D}\xi} - v_{50} \cdot \cos\alpha$$

$$v_{50} = \omega_{03} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{\cos\alpha} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right) \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{\cos\alpha}\ (\leftarrow), \qquad v_{05} = v_{50} = \omega_{03} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{\cos\alpha} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right) \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{\cos\alpha}\ (\rightarrow)$$

$$\omega_{05} = 0, \Rightarrow \quad \omega_{45} = \omega_{40}$$

$$m_{\lambda} = 0 = -\omega_{40} \cdot t_{\mathrm{G}\lambda} + \omega_{03} \cdot t_{\mathrm{D}\lambda}$$

$$\omega_{40} = \omega_{03} \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right) \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}}\ (\circlearrowleft), \qquad \omega_{04} = \omega_{40} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right) \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}}\ (\circlearrowright)$$

Abszolút szögsebességek és csúszka sebesség az ω_{01} szögsebesség és a felvett távolságok, szögek függvényében:

$$\omega_{01}\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{02} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right)\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{03} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right)\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{04} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right) \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\lambda}}{t_{\mathrm{G}\lambda}}\ (\circlearrowright)$$

$$\omega_{05} = 0$$

$$v_{05} = \omega_{01} \cdot \left(1 - \frac{t_{\mathrm{A}\gamma}}{t_{\mathrm{B}\gamma}}\right) \cdot \frac{t_{\mathrm{D}\xi}}{\cos\alpha}\ (\rightarrow)$$