# 4. MECHANIZMUSOK GYAKORLAT

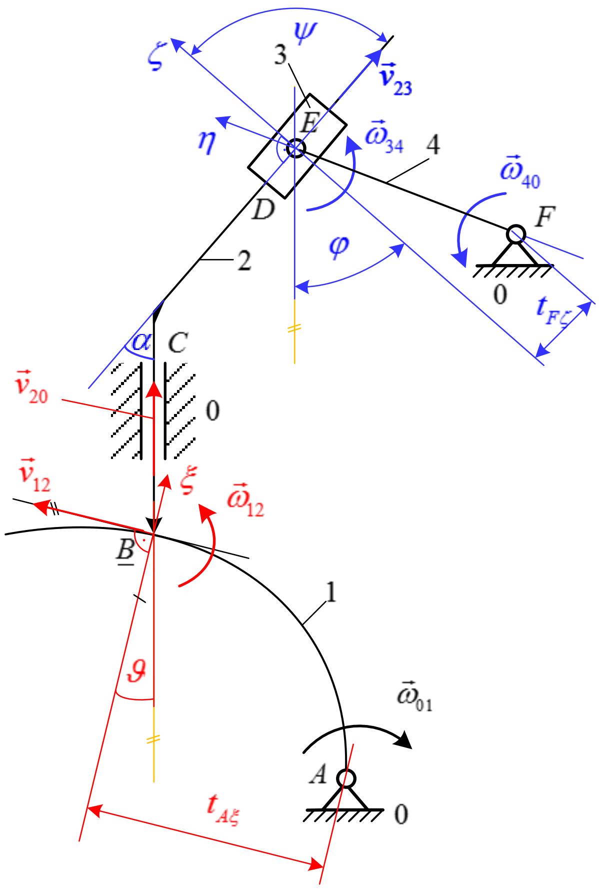
(kidolgozta: Bojtár Gergely egy. Ts; Tarnai Gábor mérnöktanár.)

*Mechanizmusok sebességállapota*
*(Kinematikai egyensúly tétellel)*

## 4.1.

Adott: A mechanizmus méretei, pillanatnyi helyzete, és a meghajtás: $\vec{\omega}_{01}$.

Feladat: a $v_{23}$ és az $\omega_{04}$ meghatározása $\omega_{01}$ függvényében.




Kinematikai egyensúly tétel:
*zárt kinematikai lánc relatív szögsebesség vektorrendszere egyensúlyi.*

| | | |
|---|---|---|
| Analógia: | erőrendszer és nyomaték | $\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{F} \times \vec{r}_{AB}$ |
| | szögsebesség-rendszer és sebesség | $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$ |

$\vec{M} \rightarrow \vec{v} \quad \sum \vec{M} = \vec{0} \quad \rightarrow \quad \sum \vec{v} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad v_\alpha = 0 \quad \rightarrow m_\alpha = 0$, nyomaték az $\alpha$ tengelyre.

$$\vec{F} \rightarrow \vec{\omega} \quad \sum \vec{F} = \vec{0} \quad \rightarrow \quad \sum \vec{\omega} = \vec{0}$$

Nyomaték: $m_\alpha > 0$, ha tengely-irányú (jobb-kéz szabály), $m_\alpha < 0$, ha azzal ellenkező.

Megoldás:

Elágazási helyek: $0,2 \;\rightarrow\; e=2 \;\rightarrow\; l=\frac{e}{2}+1=2$

$\downarrow$

Szerkezeti képlet: $A\,\underline{B}C \leftarrow DEF$

$\downarrow$

1. lánc: ${}_0A_1\,\underline{B}_2C_0$ - zárt lánc: gépállványtól-gépállványig

(a $\underline{B}$ kényszer két szabadságfokú: $\vec{v}_{12};\vec{\omega}_{12}$)

Szögsebesség rendszer: $(\underline{\vec{\omega}}_{01},\underline{\vec{\omega}}_{12},\underline{\vec{v}}_{12},\underline{\vec{v}}_{20})$;

A keresett értékek hatásvonalát ismerjük, irányát az ábra szerint fölvesszük.

$\sum\omega=0 \;\Rightarrow\; -\omega_{01}+\omega_{12}=0 \;\Rightarrow\; \omega_{12}=\omega_{01}$

(az eredmény pozitív, így megegyezik az ábrán fölvett iránnyal)

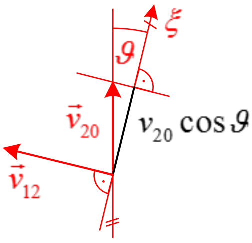
A $\xi$ tengelyt úgy vesszük föl, hogy a három ismeretlen közül kettőt elimináljon:

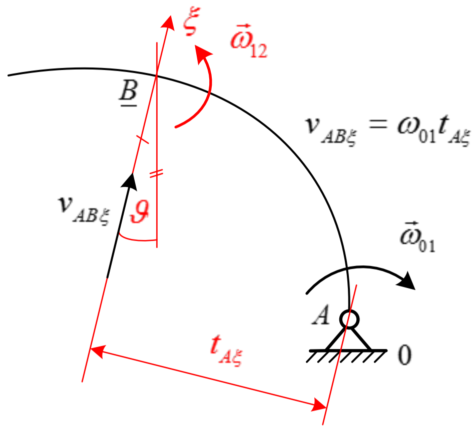
$\vec{v}_{12}\perp\xi \;\Rightarrow\; v_{12\xi}=0$ ,valamint $\omega_{12}\underbrace{t_{B\xi}}_{=0}=0$.

Nyomaték a $\xi$ tengelyre: $m_\xi=0$

$\vec{v}_{AB}=\vec{v}_B-\vec{v}_A=\vec{\omega}_{01}\times\vec{r}_{AB} \quad /\cdot\vec{e}_\xi$

$v_{AB\xi}=\omega_{01}t_{A\xi}$;




$m_\xi=0 \;\Rightarrow\; \omega_{01}t_{A\xi}+\omega_{12}\underbrace{t_{B\xi}}_{=0}+v_{12}\underbrace{\cos 90^0}_{=0}v_{20}\cos\vartheta=0$

$v_{20}=-\omega_{01}\frac{t_{A\xi}}{\cos\vartheta}\downarrow$ (az eredmény negatív, tehát az ábrán fölvett iránnyal ellenkező)

$v_{02}=-v_{20} \;\Rightarrow\; v_{02}=\omega_{01}\frac{t_{A\xi}}{\cos\vartheta}\uparrow$, tehát most már $\underline{\vec{v}}_{02}$ ismert.

2. lánc: ${}_0C_2D_3E_4F_0$ (C)DEF - zárt lánc, gépállványtól-gépállványig

Szögsebesség rendszer: $(\underline{\vec{v}}_{02},\underline{\vec{v}}_{23},\underline{\vec{\omega}}_{34},\underline{\vec{\omega}}_{40})$;

A keresett értékek hatásvonalát ismerjük, irányát az ábra szerint fölvesszük.

$\vec{v}_{23}$ meghatározása:

A $\eta$ tengelyt úgy vesszük föl, hogy a három ismeretlen közül a másik kettőt eliminálja:

$\omega_{34}\underbrace{t_{E\eta}}_{=0}=0$, valamint $\omega_{30}\underbrace{t_{F\eta}}_{=0}=0$.

Nyomaték az $\eta$ tengelyre: $m_\eta = 0$

$$v_{02}\cos\varphi + \omega_{34}\underbrace{t_{E\zeta}}_{=0} + v_{23}\cos\psi + \omega_{40}\underbrace{t_{F\zeta}}_{=0} = 0 \quad\Rightarrow\quad v_{23} = -v_{02}\frac{\cos\varphi}{\cos\psi}\text{, ugyanakkor}$$

$$\varphi < 90^0 \Rightarrow \cos\varphi > 0 \quad \text{és} \quad 90^0 < \psi < 180^0 \Rightarrow \cos\psi < 0 \quad \Rightarrow \frac{\cos\varphi}{\cos\psi} < 0 \text{ miatt,}$$

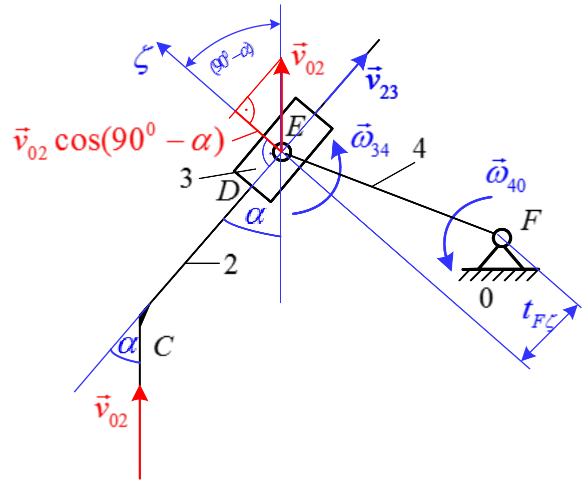
$$v_{23} = -v_{02}\frac{\cos\varphi}{\cos\psi} = -\omega_{01}\frac{t_{A\xi}}{\cos\vartheta}\frac{\cos\varphi}{\cos\psi} > 0 \quad \nearrow, \qquad \text{az ábrán felvett irányba mutat.}$$

$\vec{\omega}_{04}$ meghatározása:

Szögsebesség rendszer: $(\underline{\vec{v}}_{02}, \underline{\vec{v}}_{23}, \underline{\vec{\omega}}_{34}, \underline{\vec{\omega}}_{40})$;

A $\zeta$ tengelyt úgy vesszük föl, hogy a három ismeretlen közül a másik kettőt eliminálja:

$\omega_{34}\underbrace{t_{E\zeta}}_{=0} = 0$, valamint $\vec{v}_{23} \perp \zeta \quad\Rightarrow\quad v_{23\zeta} = 0$,




Nyomaték az $\zeta$ tengelyre: $m_\zeta = 0$

$$v_{02}\cos(90^0-\alpha) + \omega_{34}\underbrace{t_{E\zeta}}_{=0} + v_{23}\underbrace{\cos 90^0}_{=0} - \omega_{04}t_{F\zeta} = 0,$$

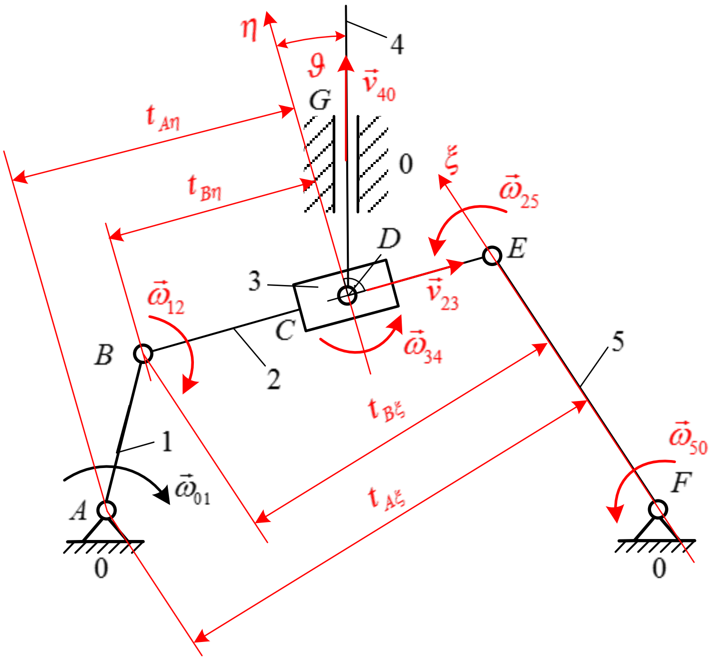
$$\omega_{40} = v_{02}\frac{\cos(90^0-\alpha)}{t_{F\zeta}} \circlearrowleft \qquad \text{az eredmény pozitív: az ábrán felvett iránnyal megegyező.}$$

$$\omega_{04} = -\omega_{40} \quad\Rightarrow\quad \omega_{04} = -\omega_{01}\frac{t_{A\xi}}{\cos\vartheta}\frac{\overbrace{\cos(90^0-\alpha)}^{=\sin\alpha}}{t_{F\zeta}} = -\omega_{01}\frac{t_{A\xi}}{\cos\vartheta}\frac{\sin\alpha}{t_{F\zeta}} \circlearrowright$$

**4.2.**

Adott: A mechanizmus méretei, pillanatnyi helyzete, és a meghajtás: $\vec{\omega}_{01}$.

Feladat: a $v_{04}$ meghatározása $\omega_{01}$ függvényében.




Megoldás:

Szerkezeti képlet: $\overset{\downarrow}{A}\,\overset{\downarrow}{B}EF \leftarrow CDG$

1. lánc: ${}_0A_1B_2E_5F_0$ - zárt lánc: gépállványtól-gépállványig

Szögsebesség rendszer: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{01}, \vec{\omega}_{12}, \vec{\omega}_{25}, \vec{\omega}_{50})$; $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{12} = ?$

2. lánc: $({}_0A_1B_2)C_3D_4G_0$ - zárt lánc, gépállványtól-gépállványig

Szögsebesség rendszer: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{01}, \underline{\underline{\vec{\omega}}}_{12}, \vec{v}_{23}, \vec{\omega}_{34}, \vec{v}_{40})$; $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\vec{v}}}_{04} = ?$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\vec{v}}}_{40} = -\underline{\underline{\vec{v}}}_{04}$

Az $\vec{\omega}_{12}$ szögsebesség meghatározása: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{01}, \vec{\omega}_{12}, \vec{\omega}_{25}, \vec{\omega}_{50})$

A $\xi$ tengelyt úgy vesszük föl, hogy a három ismeretlen közül kettőt elimináljon:

$\omega_{25} \underbrace{t_{E\xi}}_{=0} = 0$ ,valamint $\omega_{50} \underbrace{t_{F\xi}}_{=0} = 0$.

$m_\xi = 0 \quad \Rightarrow \quad -\omega_{01} t_{A\xi} - \omega_{12} t_{B\xi} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\omega}}_{12} = -\omega_{01} \dfrac{t_{A\xi}}{t_{B\xi}}$ a fölvett iránnyal ellentétes.

A $\vec{v}_{40}$ szögsebesség meghatározása: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{01}, \underline{\underline{\vec{\omega}}}_{12}, \vec{v}_{23}, \vec{\omega}_{34}, \vec{v}_{40})$

Az $\eta$ tengelyt úgy vesszük föl, hogy a három ismeretlen közül kettőt elimináljon:

$\vec{v}_{23} \perp \eta \quad \Rightarrow \quad v_{23\eta} = 0$ ,valamint $\omega_{34} \underbrace{t_{D\eta}}_{=0} = 0$. $\quad m_\eta = 0 \quad \Rightarrow$:

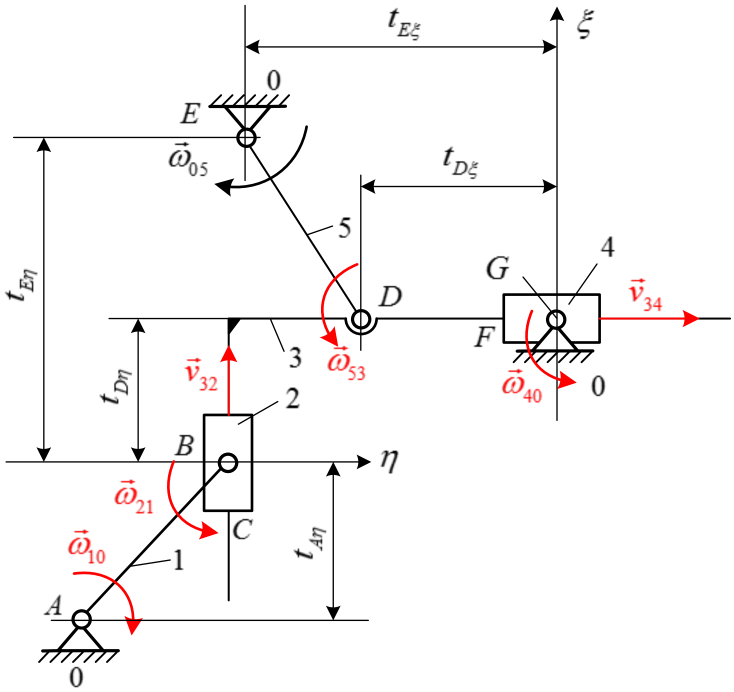
$$-\omega_{01} t_{A\eta} - \omega_{12} t_{B\eta} + v_{40} \cos\vartheta = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{40} = \frac{\omega_{01} t_{A\eta} + \omega_{12} t_{B\eta}}{\cos\vartheta}$$, behelyettesítést után:

$$v_{40} = \frac{\omega_{01}}{\cos\vartheta}\left(t_{A\eta} - \frac{t_{A\xi} t_{B\eta}}{t_{B\xi}}\right) \quad \Rightarrow \quad v_{04} = -v_{40} = \frac{\omega_{01}}{\cos\vartheta}\left(\frac{t_{A\xi} t_{B\eta}}{t_{B\xi}} - t_{A\eta}\right)$$. Iránya, az arányoktól függ.

**4.3.**

<u>Adott:</u> A mechanizmus méretei, pillanatnyi helyzete, és a meghajtás: $\vec{\omega}_{05}$.

<u>Feladat:</u> az $\omega_{01}$ meghatározása $\omega_{05}$ függvényében.




<u>Megoldás</u>:

$$\text{Szerkezeti képlet: } \overset{\downarrow}{E}\,\overset{\downarrow}{D}FG \leftarrow CBA$$

<u>1. lánc:</u> ${}_0E_5\,D_3F_4G_0$ — - zárt lánc: gépállványtól-gépállványig

Szögsebesség rendszer: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{05}, \vec{\omega}_{53}, \vec{v}_{34}, \vec{\omega}_{40})$; $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{53} = ?$

<u>2. lánc:</u> $\left({}_0E_5D_3\right)C_2B_1A_0$ — - zárt lánc, gépállványtól-gépállványig

Szögsebesség rendszer: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{05}, \underline{\underline{\vec{\omega}}}_{53}, \vec{v}_{32}, \vec{\omega}_{21}, \vec{\omega}_{10})$; $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{10} = ?$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{01} = -\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{10}$

Az $\vec{\omega}_{53}$ szögsebesség meghatározása: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{05}, \vec{\omega}_{53}, \vec{v}_{34}, \vec{\omega}_{40})$

A $\xi$ tengelyt úgy vesszük föl, hogy a három ismeretlen közül kettőt elimináljon:

$\vec{v}_{34} \perp \xi \;\Rightarrow\; v_{34\xi} = 0$ ,valamint $\omega_{40}\underbrace{t_{G\xi}}_{=0} = 0$.

$$m_\xi = 0 \;\Rightarrow\; -\omega_{05}t_{E\xi} + \omega_{53}t_{D\xi} = 0 \;\Rightarrow\; \underline{\underline{\omega}}_{53} = \omega_{05}\frac{t_{E\xi}}{t_{D\xi}} \circlearrowleft$$ a fölvett iránnyal egyező.

Az $\vec{\omega}_{10}$ szögsebesség meghatározása: $(\underline{\underline{\vec{\omega}}}_{05}, \underline{\underline{\vec{\omega}}}_{53}, \vec{v}_{32}, \vec{\omega}_{21}, \vec{\omega}_{10})$

A $\eta$ tengelyt úgy vesszük föl, hogy a három ismeretlen közül kettőt elimináljon:

$\vec{v}_{32} \perp \eta \;\Rightarrow\; v_{32\eta} = 0$ ,valamint $\omega_{21}\underbrace{t_{B\eta}}_{=0} = 0$.

$$m_\eta = 0 \;\Rightarrow\; -\omega_{05}t_{E\eta} + \omega_{53}t_{D\eta} + \omega_{10}t_{A\eta} = 0 \;\Rightarrow\; \omega_{10} = \omega_{05}\frac{t_{E\eta}}{t_{A\eta}} - \omega_{53}\frac{t_{D\eta}}{t_{A\eta}} \;\Rightarrow$$

$$\underline{\underline{\omega}}_{10} = \omega_{05}\frac{t_{E\eta}}{t_{A\eta}} - \omega_{05}\frac{t_{E\xi}}{t_{D\xi}}\frac{t_{D\eta}}{t_{A\eta}} = \omega_{05}\left(\frac{t_{E\eta}}{t_{A\eta}} - \frac{t_{E\xi}}{t_{D\xi}}\frac{t_{D\eta}}{t_{A\eta}}\right) \;\Rightarrow\; \underline{\underline{\omega}}_{01} = \omega_{05}\left(\frac{t_{E\xi}}{t_{D\xi}}\frac{t_{D\eta}}{t_{A\eta}} - \frac{t_{E\eta}}{t_{A\eta}}\right).$$