

5. MECHANIZMUSOK GYAKORLAT

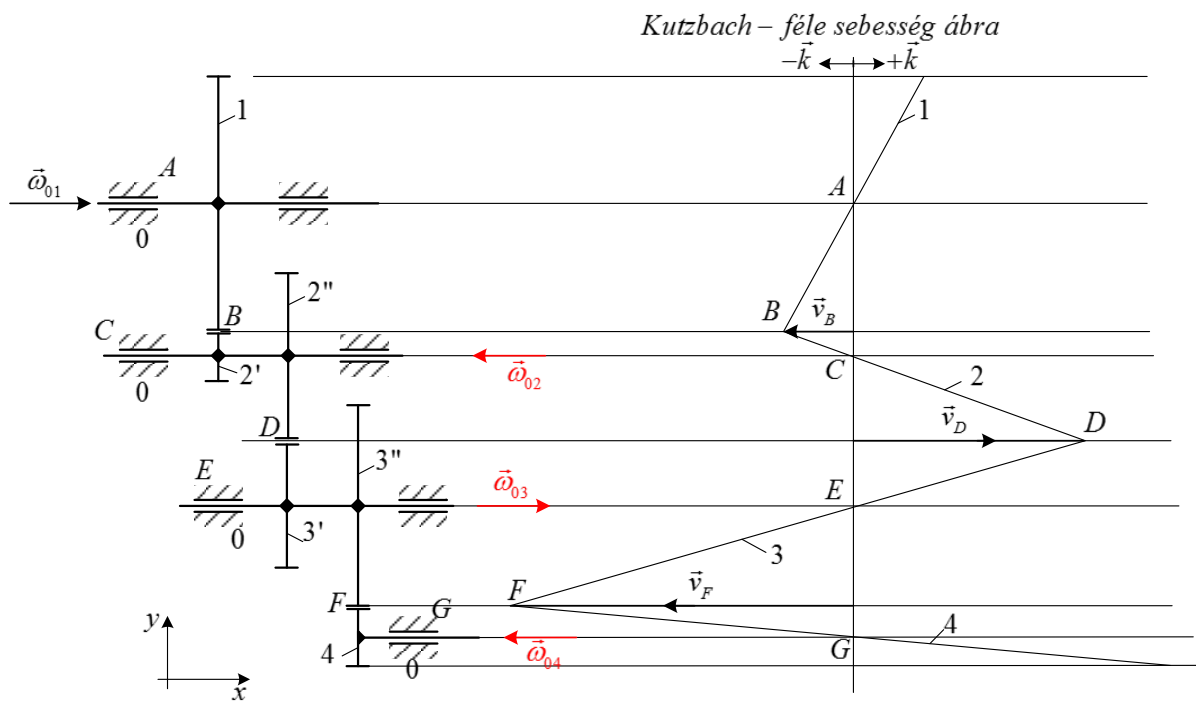
(kidolgozta: Bojtár Gergely egy. Ts; Tarnai Gábor mérnök tanár.)

Mechanizmusok sebességállapota  
(Fogaskerék hajtóművek)

5.1. Áttételes hajtómű

Adott: A mechanizmus méretei, a meghajtás  $\vec{\omega}_{01}$  ( $\rightarrow$ ), és a  $z_i$  fogsorszámok.

Feladat: az  $i_{14}$  áttétel, az  $\omega_{04}$  ( $\omega_{01}$  függvényében), és a Kutzbach-féle sebesség ábra.



Megoldás:

Szerkezeti képlet:  $\downarrow$   
ABC  $\leftarrow$  DE  $\leftarrow$  FG

$\kappa = 2 \rightarrow$  a záró tagnak a kezdőtagnhoz viszonyított kötöttsége

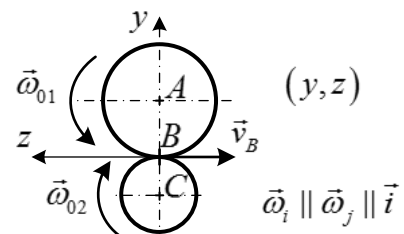
$$h_g = (1+1+1-2) + (1+1-2) + (1+1-2) = 1+0+0 = 1$$

$$h_k = (1-1) + (0-0) + (0-0) = 0+0+0 = 0 \quad \text{- egyszerű mechanizmus;}$$

Kinematikailag láncként külön vizsgálható.

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow v\vec{k} = (\omega\vec{i}) \times (r\vec{j}) \Rightarrow v\vec{k} = \omega r \underbrace{(\vec{i} \times \vec{j})}_{\vec{k}} \Rightarrow v = \omega r;$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{AB} = \vec{\omega}_{01} \times \vec{r}_{AB} \Rightarrow \vec{v}_B = \omega_{01} \vec{i} \times r_{AB} (-\vec{j}) = \omega_{01} r_{AB} (-\vec{k}).$$



- $\downarrow$  ABC zárt lánc:  $\downarrow$   ${}_0A_1B_2C_0$

$$v_C = 0 = v_{AB} + v_{BC} \Rightarrow 0 = \omega_{01}r_{AB} + \omega_{02}r_{BC} \Rightarrow \omega_{02} = -\omega_{01} \frac{r_{AB}}{r_{BC}} (\leftarrow)$$

$$\text{modul: } m \Rightarrow d = m \cdot z \Rightarrow r = \frac{m \cdot z}{2};$$

$$i_{12} = \frac{\omega_{01}}{\omega_{02}} = -\frac{r_{BC}}{r_{AB}} = -\frac{\frac{mz_2}{2}}{\frac{mz_1}{2}} = -\frac{z_2'}{z_1}$$

- (C)DE zárt lánc:  ${}_0C_2D_3E_0$

$$v_E = 0 = v_{CD} + v_{DE} \Rightarrow 0 = \omega_{02}r_{CD} + \omega_{03}r_{DE} \Rightarrow \omega_{03} = -\omega_{02} \frac{r_{CD}}{r_{DE}} (\rightarrow)$$

$$i_{23} = \frac{\omega_{02}}{\omega_{03}} = -\frac{r_{DE}}{r_{CD}} = -\frac{z_3'}{z_2''}$$

- (E)FG zárt lánc:  ${}_0E_3F_4G_0$

$$v_G = 0 = v_{EF} + v_{FG} \Rightarrow 0 = \omega_{03}r_{EF} + \omega_{04}r_{FG} \Rightarrow \omega_{04} = -\omega_{03} \frac{r_{EF}}{r_{FG}} (\leftarrow)$$

$$i_{34} = \frac{\omega_{03}}{\omega_{04}} = -\frac{r_{FG}}{r_{EF}} = -\frac{z_4}{z_3''}$$

A teljes áttétel:

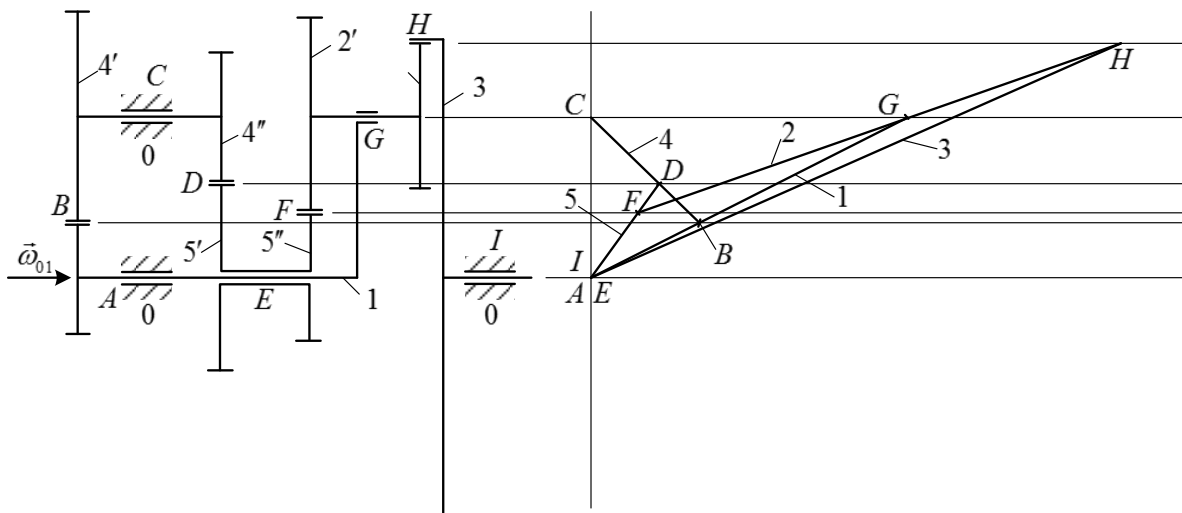
$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = \left(-\frac{z_2'}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3'}{z_2''}\right) \left(-\frac{z_4}{z_3''}\right) = -\frac{z_2' z_3' z_4}{z_1 z_2'' z_3''}$$

$$i_{14} = \frac{\omega_{01}}{\omega_{04}} \Rightarrow \omega_{04} = \frac{\omega_{01}}{i_{14}}, \quad \omega_{04} = -\omega_{01} \frac{z_1 z_2'' z_3''}{z_2' z_3' z_4} (\leftarrow)$$

## 5.2. Hengeres hajtómű

Adott: A mechanizmus méretei, a meghajtás  $\vec{\omega}_{01}$  ( $\rightarrow$ ), és a  $z_i$  fogszámok.

Feladat: az  $\omega_{03}$  ( $\omega_{01}$  függvényében), és a Kutzbach-féle sebesség ábra.



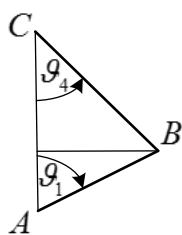
Megoldás:

↓  
Szerkezeti képlet:  $\overset{\circ}{A}BC \leftarrow DE \leftarrow FG \leftarrow HI$

$\kappa = 2 \rightarrow$  a záró tagnak a kezdőtaghoz viszonyított kötöttsége

$$h_g = (1+1+1-2) + (1+1-2) + (1+1-2) + (1+1-2) = 1+0+0+0 = 1$$

$$h_k = (1-1) + (0-0) + (0-0) + (0-0) = 0+0+0+0 = 0 \quad \text{- egyszerű mechanizmus;}$$



Ellentétes forgásirány:

$$\omega_{01} = \frac{v_{AB}}{r_{AB}} = \operatorname{tg} \vartheta_1$$

$$\omega_{04} = \frac{v_{BC}}{r_{BC}} = \operatorname{tg} \vartheta_4$$

- $\downarrow$  ABC zárt lánc:  $\downarrow$   ${}_0A_1B_4C_0$

$$v_C = 0 = v_{AB} + v_{BC} \Rightarrow 0 = \omega_{01} r_{AB} + \omega_{04} r_{BC} \Rightarrow \omega_{04} = -\omega_{01} \frac{r_{AB}}{r_{BC}} = -\omega_{01} \frac{z_1}{z_4'} \quad (\leftarrow)$$

$\uparrow \oplus$  így betűzünk!

- (C)DE zárt lánc:  ${}_0C_4D_5E_0$

$$v_E = 0 = v_{CD} + v_{DE} \Rightarrow 0 = \omega_{04} r_{CD} + \omega_{05} r_{DE} \Rightarrow \omega_{05} = -\omega_{04} \frac{r_{CD}}{r_{DE}} = -\omega_{04} \frac{z_4''}{z_5'}$$

$\downarrow \oplus$  így betűzünk!

$$\omega_{05} = - \left( -\omega_{01} \frac{z_1}{z_4'} \right) \frac{z_4''}{z_5'} = \omega_{01} \frac{z_1}{z_4'} \frac{z_4''}{z_5'} \quad (\rightarrow)$$

- (E)FGE zárt lánc:  ${}_0E_5F_2G_1E_0$

↑ ⊕ így betűzünk!

$$v_E = 0 = v_{EF} + v_{FG} + v_{GE}$$

$$0 = \omega_{05} r_{EF} + \omega_{02} r_{FG} + \omega_{01} r_{GE} \quad \Leftarrow \quad r_{GE} = -r_{EG} = -(r_{EF} + r_{FG}),$$

$$0 = \omega_{05} r_{EF} + \omega_{02} r_{FG} - \omega_{01} (r_{EF} + r_{FG}),$$

$$\omega_{02} = \omega_{01} \frac{r_{EF} + r_{FG}}{r_{FG}} - \omega_{05} \frac{r_{EF}}{r_{FG}} \quad \Rightarrow \quad \omega_{02} = \omega_{01} \frac{z_{5''} + z_{2'}}{z_{2'}} - \omega_{05} \frac{z_{5''}}{z_{2'}},$$

$$\omega_{02} = \omega_{01} \frac{z_{5''} + z_{2'}}{z_{2'}} - \omega_{01} \frac{z_1}{z_{4'}} \frac{z_{4''}}{z_{5'}} \frac{z_{5''}}{z_{2'}} \quad \Rightarrow \quad \omega_{02} = \omega_{01} \left( \frac{z_{5''} + z_{2'}}{z_{2'}} - \frac{z_1}{z_{4'}} \frac{z_{4''}}{z_{5'}} \frac{z_{5''}}{z_{2'}} \right).$$

- EGGHI zárt lánc:  ${}_0E_1G_2H_3I_0$

↑ ⊕ így betűzünk!

$$v_I = 0 = v_{EG} + v_{GH} + v_{HI}$$

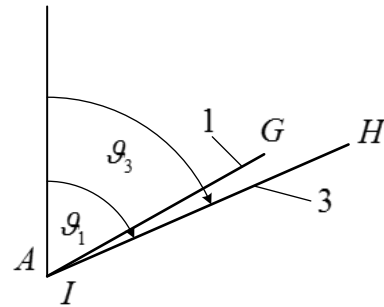
$$0 = \omega_{01} r_{EG} + \omega_{02} r_{GH} + \omega_{03} r_{HI} \quad \Leftarrow \quad r_{EG} = r_{IH} - r_{GH},$$

$$0 = \omega_{01} (r_{IH} - r_{GH}) + \omega_{02} r_{GH} - \omega_{03} r_{IH} \quad \Leftarrow \quad r_{HI} = -r_{IH}$$

$$\omega_{03} = \omega_{01} \frac{r_{IH} - r_{GH}}{r_{IH}} + \omega_{02} \frac{r_{GH}}{r_{IH}} \quad \Rightarrow \quad \omega_{03} = \omega_{01} \frac{z_3 - z_{2''}}{z_3} + \omega_{02} \frac{z_{2''}}{z_3},$$

$$\omega_{03} = \omega_{01} \left[ \frac{z_3 - z_{2''}}{z_3} + \omega_{01} \left( \frac{z_{5''} + z_{2'}}{z_{2'}} - \frac{z_1}{z_{4'}} \frac{z_{4''}}{z_{5'}} \frac{z_{5''}}{z_{2'}} \right) \frac{z_{2''}}{z_3} \right].$$

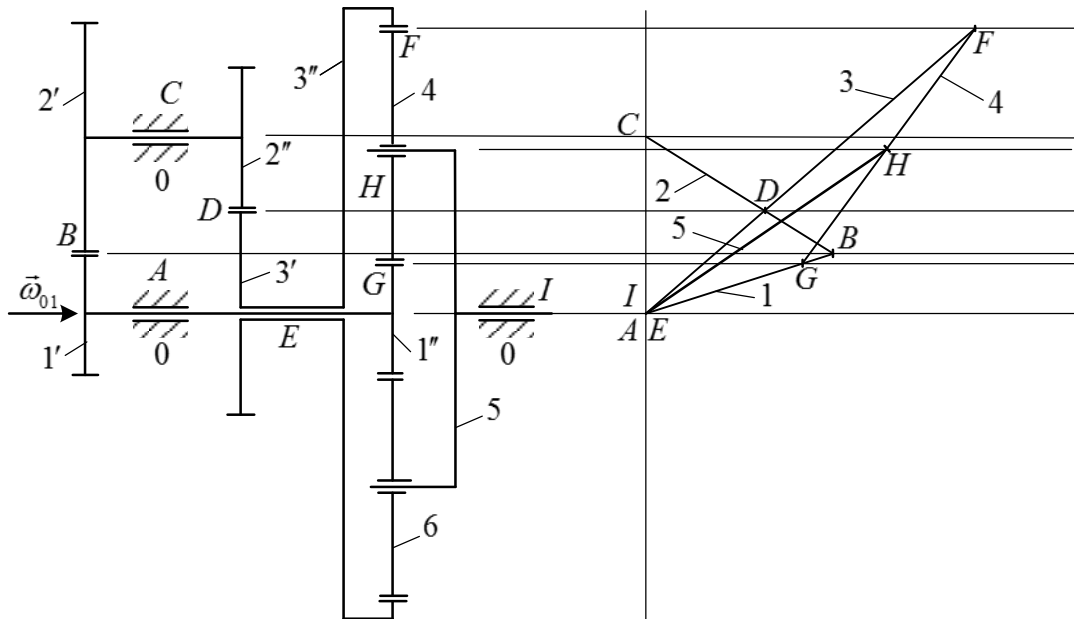
Egyező forgásirány:  $\omega_{01} (\rightarrow) \Rightarrow \omega_{03} (\rightarrow)$



### 5.3. Hengeres hajtómű

Adott: A mechanizmus méretei, a meghajtás  $\vec{\omega}_{01}$  ( $\rightarrow$ ), és a  $z_i$  fogszámok.

Feladat: az  $\omega_{05}$  ( $\omega_{01}$  függvényében), és a Kutzbach-féle sebesség ábra.



Megoldás:

↓  
Szerkezeti képlet:  $ABC \leftarrow DE \leftarrow FG \leftarrow HI$

$\kappa = 2 \rightarrow$  a záró tagnak a kezdőtaghoz viszonyított kötöttsége

$$h_g = (1+1+1-2) + (1+1-2) + (1+1-2) + (1+1-2) = 1+0+0+0 = 1$$

$$h_k = (1-1) + (0-0) + (0-0) + (0-0) = 0+0+0+0 = 0 \quad \text{- egyszerű mechanizmus;}$$

- ↓  
•  $ABC$  zárt lánc:  ${}_0A_1B_2C_0$

↑ ⊕ irány!

$$v_C = 0 = v_{AB} + v_{BC} \Rightarrow 0 = \omega_{01}r_{AB} + \omega_{02}r_{BC} \Rightarrow \omega_{02} = -\omega_{01} \frac{r_{AB}}{r_{BC}} = -\omega_{01} \frac{z_{1'}}{z_{2'}} (\leftarrow)$$

- $CDE$  zárt lánc:  ${}_0C_2D_3E_0$

↓ ⊕ irány!

$$v_E = 0 = v_{CD} + v_{DE} \Rightarrow 0 = \omega_{02}r_{CD} + \omega_{03}r_{DE} \Rightarrow \omega_{03} = -\omega_{02} \frac{r_{CD}}{r_{DE}} = -\omega_{02} \frac{z_{2'}}{z_{3'}} \Rightarrow$$

$$\omega_{03} = - \left( -\omega_{01} \frac{z_{1'}}{z_{2'}} \right) \frac{z_{2'}}{z_{3'}} = \omega_{01} \frac{z_{1'}}{z_{2'}} \frac{z_{2'}}{z_{3'}} (\rightarrow).$$

- $EFGA$  zárt lánc:  ${}_0E_3F_4G_1A_0$       ↑ ⊕

$$v_A = 0 = v_{EF} + v_{FG} + v_{GA} \Rightarrow v_A = 0 = v_{EF} - v_{GF} - v_{AG} \Rightarrow$$

$$0 = \omega_{03}r_{EF} - \omega_{04}r_{GF} - \omega_{01}r_{AG},$$

$$\omega_{04} = \omega_{03} \frac{r_{EF}}{r_{GF}} - \omega_{01} \frac{r_{AG}}{r_{GF}} = \omega_{03} \frac{z_3''}{2z_4} - \omega_{01} \frac{z_1''}{2z_4} \Rightarrow \omega_{04} = \omega_{01} \left( \frac{z_1'}{z_2'} \frac{z_2''}{z_3'} \frac{z_3''}{2z_4} - \frac{z_1''}{2z_4} \right).$$

- EIGHI zárt lánc:  ${}_0E_1G_4H_5I_0$

↑ ⊕ irány!

$$v_I = 0 = v_{EG} + v_{GH} + v_{HI} \Rightarrow v_I = 0 = v_{EG} + v_{GH} - v_{IH}$$

$$0 = \omega_{01} r_{EG} + \omega_{04} r_{GH} - \omega_{05} r_{IH} \quad \Leftarrow \quad r_{IH} = r_{EG} + r_{GH},$$

$$0 = \omega_{01} r_{EG} + \omega_{04} r_{GH} - \omega_{05} (r_{EG} + r_{GH})$$

$$\omega_{05} = \omega_{01} \frac{r_{EG}}{r_{EG} + r_{GH}} + \omega_{04} \frac{r_{GH}}{r_{EG} + r_{GH}} = \omega_{01} \frac{z_1''}{z_1'' + z_4} + \omega_{04} \frac{z_4}{z_1'' + z_4},$$

$$\omega_{05} = \omega_{01} \left[ \frac{z_1''}{z_1'' + z_4} + \left( \frac{z_1'}{z_2'} \frac{z_2''}{z_3'} \frac{z_3''}{2z_4} - \frac{z_1''}{2z_4} \right) \frac{z_4}{z_1'' + z_4} \right].$$

Egyező forgásirány:  $\omega_{01} (\rightarrow) \Rightarrow \omega_{05} (\rightarrow)$

